

О статистической зависимости ожидаемой продолжительности предстоящей жизни от уровня смертности в заданном возрасте

Далхат Мурадинович Эдиев

Северо-Кавказская государственная академия, г. Черкесск, Россия

В статье рассматриваются проблемы оценивания ожидаемой продолжительности жизни в старшей возрастной группе в условиях неполноты и неточности статистики смертности.

Во введении автором обосновывается актуальность совершенствования статистической методологии, ориентированной на повышение точности данных о смертности и продолжительности жизни в старших возрастных группах населения.

В основной части статьи обосновывается необходимость в дополнении к традиционным методам (классическая таблица дожития, методы Хориучи-Коула и Митры) использовать регрессионную модель зависимости между ожидаемой продолжительностью жизни и коэффициентом смертности в начале открытого возрастного интервала.

Рассмотрены две регрессионные модели, которые показывают хорошую точность как на когортных, так и на календарных данных. Апробация на международной базе данных по смертности Human Mortality Database (HMD) показывает более высокую точность предлагаемого метода по сравнению с классической таблицей дожития и методом экстраполяции. При этом регрессионный метод незначительно уступает по точности методам Хориучи-Коула и Митры, но без проявления признаков неустойчивости, характерной для метода Митры. Кроме того, предлагаемый метод показал большую точность в сравнении с известными альтернативными методами на данных с высокой продолжительностью жизни.

Предлагаемый в работе метод может быть полезен в условиях, когда известные методы не могут быть применены из-за отсутствия необходимых данных (например, темп роста численности или средний возраст населения в открытой возрастной группе) или нарушения предположения о стабильной возрастной структуре населения, которое использовалось при разработке методов Хориучи-Коула и Митры.

Оценки ожидаемой продолжительности предстоящей жизни в престарелом возрасте по регрессионным моделям слабо коррелированы с альтернативными оценками по методам Хориучи-Коула и Митры. Это указывает на то, что предлагаемые в работе модели могут быть использованы совместно с известными моделями при разработке методов уменьшения дисперсии оценок ожидаемой продолжительности предстоящей жизни.

Ключевые слова: демографическая статистика, таблица дожития, метод экстраполяции, продолжительность жизни, метод Хориучи-Коула, метод Митры, регрессионная модель.

JEL: C22, C31, C33, J10.

doi: <https://doi.org/10.34023/2313-6383-2019-26-6-39-46>.

Для цитирования: Эдиев Д.М. О статистической зависимости ожидаемой продолжительности предстоящей жизни от уровня смертности в заданном возрасте. Вопросы статистики. 2019;26(6):39-46.

On the Statistical Dependence of Life Expectancy and Mortality Rate at a Given Age

Dalhat M. Ediev

Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «North Caucasian State Academy» (NCSA), Cherkessk, Russia

The article examines the problems of estimating the life expectancy in the older age group under the conditions of incomplete and inaccurate mortality statistics.

In the introductory part of the article, the author addresses the need to improve statistics methodology, that focuses on increasing the accuracy of data on mortality and life expectancy for older age groups of the population.

In the main part of the article, the author proposes to use the regression dependence between life expectancy and mortality rate at the beginning of the open-ended age interval in addition to the traditional methods (standard life tables, methods of Horiuchi-Coale and Mitra).

The proposed two regression models show good accuracy on both cohort and calendar data. They were tested on the Human Mortality Database (HMD) - international mortality database - and showed a higher accuracy of the proposed method compared with the life tables and the extrapolation method. At the same time, the regression method is slightly inferior in accuracy to the methods of Horiuchi-Coale, and Mitra but is not as unstable as the Mitra method. Furthermore, the proposed method showed greater accuracy, in comparison with the known alternative methods, on high life expectancy data.

The recommended method is appropriate when traditional methods cannot be applied due to the lack of necessary data (for example, population growth rate or average age of the population in the open-ended age group) or violation of the assumption of a stable age structure of the population that was used in developing methods - Coale and Mitra.

Life expectancy estimates for the elderly using regression models are weakly correlated with alternative estimates using Horiuchi-Coale, and Mitra approaches. It indicates that the recommended in this article models can be used together with the known models in developing methods for reducing the variance of life expectancy estimates.

Keywords: demographic statistics, life table, extrapolation method, life expectancy, Horiuchi-Coale method, Mitra method, regression model.

JEL: C22, C31, C33, J10.

doi: <https://doi.org/10.34023/2313-6383-2019-26-6-39-46>.

For citation: Ediev D.M. On the Statistical Dependence of Life Expectancy and Mortality Rate at a Given Age. *Voprosy Statistiki*. 2019;26(6):39-46.

Введение

Несмотря на существенное улучшение качества демографической статистики, точность данных о смертности и продолжительности жизни в старших возрастах остается неадекватной современным вызовам старения населения и разработки политики здоровьесбережения, ориентированной на престарелое население.

Даже в международной базе данных (БД) по смертности¹, включающей информацию по странам с надежной статистикой смертности, в том числе по России, применяются косвенные и приближенные методы для возрастов 80 лет и старше [1]. В модельных таблицах дожития ООН также используются методы экстраполяции в возрастах старше 79 лет². Из-за проблем с качеством исходных данных официальные статистические органы зачастую публикуют таблицы дожития и демографические прогнозы, упрощая результаты за счет объединения данных по престарелым в единый «открытый возрастной интервал». Так, Росстат публикует демографические прогнозы с открытым возрастным интервалом 85+³.

Одной из главных причин неудовлетворительного качества демографических данных по старшим возрастам является неверная фиксация возраста

респондентов в переписях и обследованиях⁴ [2-5], в первую очередь - завышение возраста престарелыми [6-10]. Эта проблема характерна даже для развитых стран (отчасти - за счет мигрантов с неопределенной датой рождения), когда, как это принято в переписях, возраст респондента фиксируется по его личному заявлению, а не документально. Так, возрастная аккумуляция наблюдается в данных Всероссийской переписи населения 2010 года даже по г. Москве⁵, что указывает на наличие проблем учета возрастного распределения. Завышение возраста престарелых ведет к искажениям показателей смертности в сторону занижения, что является препятствием при разработке мер политики, моделировании и прогнозировании медико-демографических процессов.

С целью решения обозначенной выше проблемы Хориучи и Коул [11, 12] предложили математическую модель последствий завышения возраста для оценок смертности и продолжительности жизни престарелых, а также поправочный множитель для корректировки соответствующих искажений. В предложенном ими приближенном методе, который опирается на модель стабильного населения [4, 13, 14] и регрессионные соотношения, ожидаемая продолжительность предстоящей жизни в возрасте a лет оценивается как:

¹ NMD - База данных о смертности людей была создана для предоставления подробных данных о смертности и численности населения исследователям, студентам, журналистам, политическим аналитикам и другим лицам, интересующимся историей человеческого долголетия. Проект начался как результат более ранних проектов на кафедре демографии Калифорнийского университета в Беркли (США) и в Институте демографических исследований Макса Планка в Росток (Германия). www.mortality.org.

² Мировые демографические перспективы 2017. Департамент ООН по экономическим и социальным вопросам 2017. <https://esa.un.org/unpd/wpp>.

³ Демография: Федеральная служба государственной статистики. Демографический прогноз до 2035 г. Изменение численности населения по вариантам прогноза. Численность населения по отдельным возрастным группам. www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/population/demography/.

⁴ Департамент по экономическим и социальным вопросам. Руководство по сбору данных о рождаемости и смертности: 92. Нью-Йорк: ООН, 2005. 132 р.

⁵ Российский демографический лист 2016. Российская академия народного хозяйства и государственной службы (РАНХиГС), Федеральная служба государственной статистики (Росстат) и Международный институт прикладного системного анализа (IIASA): Москва (Россия) и Лаксенбург (Австрия), 2016. populationrussia.ru/.

$$e_a = M_{a+}^{-1} e^{-\beta_a r M_{a+}^{-\alpha_a}}, \quad (1)$$

где M_{a+} - коэффициент смертности в открытом возрастном интервале $a+$; r - темп роста численности населения; α_a и β_a - параметры.

Экспоненциальный множитель в (1) является поправкой к традиционной оценке ожидаемой продолжительности жизни [13-18] в открытом возрастном интервале:

$$e_a = M_{a+}^{-1}, \quad (2)$$

опирающейся на предположение о стационарности населения [18, 19].

Митра [12, 20, 21], опираясь на точную математико-демографическую модель смертности в стабильном населении, предложил свой метод корректировки оценки продолжительности жизни:

$$e_a = M_{a+}^{-1} e^{-r[M_{a+}^{-1} - (1+rM_{a+}^{-1})(\bar{x}-a)]}, \quad (3)$$

где \bar{x} - средний возраст населения в открытом возрастном интервале.

Он пришел к результатам, противоречащим результатам Хориучи и Коула.

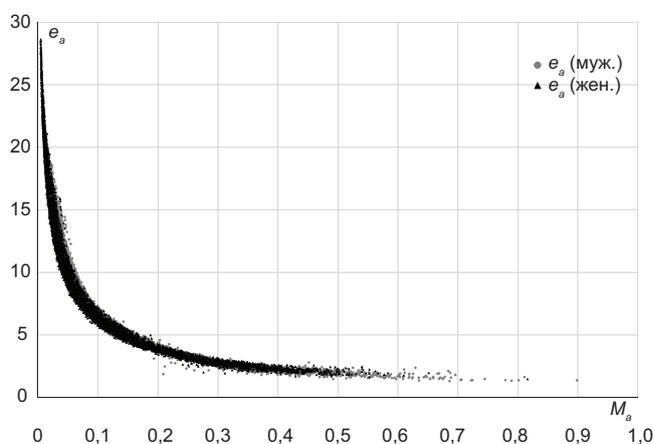
Анализ на основе современных, более полных и сопоставимых данных [22, 23] показывает, что подходы Хориучи-Коула и Митры, вопреки дискуссии этих авторов в литературе, согласуются друг с другом и дают существенное улучшение точности оценивания продолжительности жизни по сравнению как с традиционной моделью (2), так и с широко распространенным методом экстраполяции [4]. Более того, уточнение оценок продолжительности жизни позволяеткратно уменьшить ошибки экстраполяции возрастных коэффициентов смертности с помощью традиционных моделей возрастного профиля смертности экспоненциального и логистического типа [24-26] за счет условной параметризации [27]. Перспективным оказалось сочетание различных оценок продолжительности жизни в старшем возрасте, в частности оценки показателя по методу Митры с классической оценкой [23].

Вместе с тем остается актуальной проблема разработки альтернативных моделей и методов оценивания продолжительности жизни престаре-

лого населения для случаев, когда описанные выше подходы неприменимы или неэффективны из-за отсутствия необходимых данных или нарушения предположения о стабильности возрастной структуры населения. Ниже предлагается одна такая альтернатива, которая опирается на неожиданно тесную статистическую связь между коэффициентом смертности и продолжительностью жизни.

Регрессионная модель

Анализ данных международной БД по Смертности (БД НМД)⁶ (см. рис. 1) показывает, что имеется тесная статистическая зависимость между значениями ожидаемой продолжительности предстоящей жизни (e_a) от коэффициента смертности (M_a) в заданном возрасте a . Это, вообще говоря, нетривиальный результат, поскольку продолжительность жизни зависит от смертности как в возрасте a , так и во всех возрастах старше a . Для сравнения, на рис. 2 показана эмпирическая зависимость продолжительности жизни от возраста a . Как наглядно видно из сравнения приведенных зависимостей, коэффициент смертности является более точным предиктором продолжительности жизни, чем возраст. В настоящей

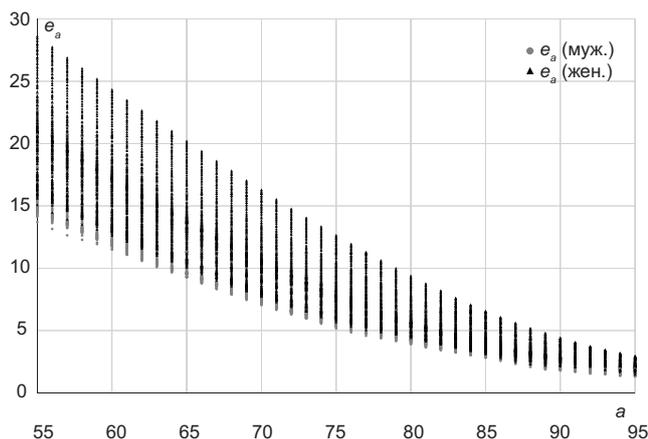


Примечание: женское (треугольные черные маркеры) и мужское (круглые серые маркеры) население, значения возраста: 55, 56, ..., 95 лет, когорты 1751-1923 гг. рождения (всего 173 когорты).

Рис. 1. Зависимость ожидаемой продолжительности предстоящей жизни (e_a) от коэффициента смертности (M_a) в заданном возрасте (a)

Источник: расчеты автора по данным о когортах рождений в БД НМД.

⁶ University of California, Berkeley, Max Planck Institute for Demographic Research (Rostock). Human Mortality Database. Online database sponsored by University of California, Berkeley (USA), and Max Planck Institute for Demographic Research (Germany) [Electronic resource]. 2018. URL: www.mortality.org (accessed: 15.05.2018).



Примечание: женское (треугольные черные маркеры) и мужское (круглые серые маркеры) население, когорты 1751-1923 гг. рождения (всего 173 когорты).

Рис. 2. Зависимость ожидаемой продолжительности предстоящей жизни (e_a) от возраста (a)

Источник: расчеты автора, данные о когортах рождений БД НМД.

работе предлагается использовать и уточнить отмеченную статистическую связь для разработки метода оценивания ожидаемой продолжительности предстоящей жизни в старших возрастах.

Как и в моделях Хориучи-Коула и Митры, идея предлагаемого метода заключается в том, что неточные данные о возрасте людей наиболее сильно искажают показатели смертности в старших возрастах (как правило, в возрастах 80-90 лет и старше [1, 28]). Соответственно, регрессионная модель, представленная выше, способна дать более точные оценки продолжительности жизни в старшем возрасте на основе коэффициента смертности M_a в более молодом возрасте $a < 80$ лет, что, в свою очередь, позволит уточнить оценки коэффициентов смертности в старших возрастах [27].

После анализа нескольких пробных вариантов в работе предлагаются следующие регрессионные модели, реализующие зависимость, представленную выше:

$$\ln(e_a) = C + k_1 \ln(M_a) + k_2 M_a + k_3 M_a^2 + k_4 a + k_5 a^2 + k_6 Sex + \varepsilon, \quad (4)$$

$$\ln(e_a) = C + k_1 \ln(M_a) + k_2 M_a + k_3 M_a^2 + k_4 a + k_5 a^2 + k_6 Sex + k_7 Period + \varepsilon, \quad (5)$$

где a - возраст; e_a - ожидаемая продолжительность жизни в возрасте a лет; M_a - возрастной коэффициент смертности; 'Sex' и 'Period' - качественные (категоричные) переменные пола и календарного периода; C, k_1, k_2, \dots, k_7 - параметры модели; ε - статистическая ошибка.

Модели (4) и (5) были реализованы в языке статистического программирования R [23] и апробированы на данных БД НМД, которая ранее использовалась в работах, посвященных обзору и апробации методов Хориучи-Коула и Митры.

Для тестирования точности регрессионных моделей (4) и (5) нами использовался показатель ошибки оценивания продолжительности жизни, приведенный, с целью сопоставления точности модели при различных значениях порогового возраста a , к моменту рождения (т. е. пересчитанный в ошибку оценивания продолжительности жизни при рождении):

$$err(e_0) = (e_a^{est} - e_a) l_a, \quad (6)$$

где e_a^{est} и e_a - модельное и «точное» (т. е. исходное из БД НМД) оценки ожидаемой продолжительности предстоящей жизни; l_a - функция дожития (табличная вероятность дожить от рождения до возраста a лет) из БД НМД.

Для сопоставления результатов моделирования по регрессионным моделям (4) и (5) с результатами традиционного экстраполяционного метода [27] использовались экстраполяции по логистической модели Каннисто с фоновой смертностью [28]:

$$M_x = m + \frac{C e^{bx}}{1 + C e^{bx}}, \quad (7)$$

где m - член, отвечающий за фоновую смертность; C, b - параметры модели.

Таблица 1

Оценки параметров регрессионной модели (4) по когортным и календарным данным о смертности из БД НМД (базовая категория переменной пола - «Оба пола»)

Объясняющая переменная	Оценка параметра	Стандартная ошибка оценки
Когортные данные		
Постоянная C	2,79E+00	1,50E-02
$\ln(M_a)$	-3,07E-01	8,96E-04
M_a	-4,56E+00	2,95E-02
M_a^2	7,12E+00	8,54E-02
a	-2,56E-02	3,60E-04
a^2	1,24E-04	2,61E-06
Пол: Женщины	-1,52E-02	3,30E-04
Пол: Мужчины	-6,80E-03	3,30E-04
Календарные данные		
Постоянная C	2,88e+00	6,86e-03
$\ln(M_a)$	-2,77e-01	3,29e-04
M_a	-4,32e+00	1,21e-02
M_a^2	6,65e+00	3,59e-02

Окончание таблицы 1

Объясняющая переменная	Оценка параметра	Стандартная ошибка оценки
a	-2,39e-02	1,76e-04
a^2	9,47e-05	1,28e-06
Пол: Женщины	-1,79e-02	1,70e-04
Пол: Мужчины	-4,19e-03	1,70e-04

Примечание. Все коэффициенты значимы при p -value $< 2e-16$. Когортные данные: Residual standard error: 0,03782 on 83684 degrees of freedom. Multiple R-squared: 0,9939, Adj. R-squared: 0,9939. F-statistic: 1,954e+06 on 7 and 83684 DF, p -value: $< 2,2e-16$. Календарные данные: Residual standard error: 0,04002 on 358528 degrees of freedom. Multiple R-squared: 0,9938, Adj. R-squared: 0,9938. F-statistic: 8,176e+06 on 7 and 358528 DF, p -value: $< 2,2e-16$.

Результаты оценивания параметров моделей и их стандартных ошибок методами эконометрического анализа в среде статистического программирования R, а также листинг статистической процедуры линейного регрессионного анализа lm [29] представлены в таблицах 1 (модель 4) и 2 (модель 5).

Результаты по среднеквадратичным ошибкам оценок продолжительности жизни в вычислительных экспериментах на основе данных из БД НМД, в сравнении с альтернативными моделями продолжительности жизни престарелого женского населения представлены в таблице 2 (как показали предшествующие работы, ошибки оценивания выше для женского населения).

Таблица 2

Оценки параметров регрессионной модели (5) по когортным и календарным данным о смертности из БД НМД (базовая категория переменной пола - «Оба пола»)

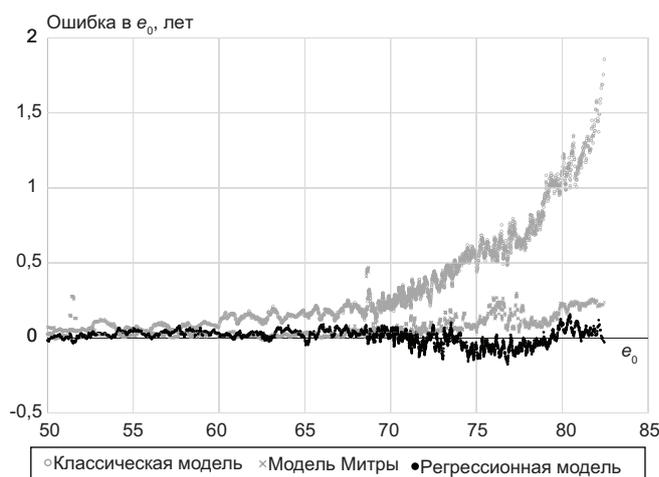
Объясняющая переменная	Оценка параметра	Стандартная ошибка оценки
<i>Когортные данные</i>		
Постоянная С	2,90E+00	1,80E-02
$\ln(M_a)$	-2,37E-01	6,87E-04
M_a	-3,66E+00	2,12E-02
M_a^2	5,98E+00	5,88E-02
a	-1,63E-02	2,67E-04
a^2	-1,94E-05	2,05E-06
Пол: Женщины	2,88E-03	2,34E-04
Пол: Мужчины	-2,76E-02	2,39E-04
<i>Календарные данные</i>		
Постоянная С	2,94E+00	7,32E-03
$\ln(M_a)$	-2,39E-01	3,45E-04
M_a	-3,96E+00	1,11E-02
M_a^2	6,13E+00	3,27E-02
a	-2,07E-02	1,61E-04

Окончание таблицы 2

Объясняющая переменная	Оценка параметра	Стандартная ошибка оценки
a^2	3,72E-05	1,20E-06
Пол: Женщины	-8,27E-03	1,60E-04
Пол: Мужчины	-1,46E-02	1,62E-04

Примечание. Все коэффициенты значимы при p -value $< 2e-16$. Когортные данные: Residual standard error: 0,02526 on 83481 degrees of freedom. Multiple R-squared: 0,9973, Adj. R-squared: 0,9973. F-statistic: 1,466e+05 on 210 and 83481 DF, p -value: $< 2,2e-16$. Календарные данные: Residual standard error: 0,03681 on 358313 degrees of freedom. Multiple R-squared: 0,9947, Adj. R-squared: 0,9947. F-statistic: 3,049e+05 on 222 and 358313 DF, p -value: $< 2,2e-16$.

Ошибки оценивания для более детальной модели (5) на данных по обоим полам в сравнении с классической моделью таблицы дожития и моделью Хориучи-Коула представлены на рис. 3 (как функция истинного значения ожидаемой продолжительности жизни при рождении).



Примечание: Оба пола, начало открытого возрастного интервала $a = 75$. Горизонтальная ось: истинное значение ожидаемой продолжительности жизни. Значения ошибок и продолжительности жизни сглажены методом скользящего среднего с шириной окна сглаживания 21.

Источник: расчеты автора; данные о смертности БД НМД.

Рис. 3. Ошибки оценивания ожидаемой продолжительности жизни при рождении в годах (по регрессионной модели 5 в сравнении с ошибками классической модели таблицы смертности и модели Хориучи-Коула)

Как видно из представленных результатов, предлагаемые регрессионные модели значительно точнее экстраполяционного и классического методов (последний обладает примерно тем же уровнем точности, что и экстраполяции [23]). При этом они незначительно уступают в точности

модели Митры, но не проявляют неустойчивости, характерной для модели Митры [23, 27]. Более того, регрессионная модель оказывается точнее модели Митры на данных по населению с низкой смертностью (см. рис. 3). Модель (5) несколько точнее менее детальных регрессионных моделей, особенно при режимах с высокой и низкой смертностью. Последнее важно иметь в виду при анализе современного населения с низким уровнем смертности.

Отметим еще одну важную особенность регрессионной модели. Как показывают результаты

проведенной нами апробации на эмпирических данных, ошибки регрессионной модели практически некоррелированы с ошибками классической модели таблицы дожития и модели Митры (коэффициенты корреляции составляют, соответственно, $-0,05$ и $0,02$) и слабо коррелируют с ошибками модели Хориучи-Коула (коэффициент корреляции $-0,1$) и экстраполяционного метода (коэффициент корреляции $-0,22$). Это указывает на то, что регрессионная модель может быть хорошим дополнением к другим моделям даже при несколько меньшей точности.

Таблица 3

Среднеквадратичные ошибки (СКО) ожидаемой продолжительности жизни при рождении

Уровень e_0 , годы	a	СКО e_0 , по моделям (в годах)			
		Модель (4)	Модель (5)	Модель Митры (3)	Экстраполяционная модель (7)
40...50	75	0,06	0,05	0,05	0,16
50...60	75	0,12	0,12	0,08	0,25
60...70	75	0,14	0,15	0,09	0,29
70...80	75	0,23	0,25	0,13	0,56
80...90	75	0,34	0,30	0,27	2,11

Примечание: расчеты по выборке данных БД НМД для альтернативных моделей ожидаемой продолжительности жизни в открытом возрастном интервале 75+, избранные уровни ожидаемой продолжительности жизни при рождении (e_0), женское население.

Заключение

В данной работе предложены регрессионные модели, учитывающие статистическую связь между коэффициентом смертности и продолжительностью предстоящей жизни. Модели апробированы на международной БД по смертности НМД и показывают значительно большую точность, чем классическая модель продолжительности жизни в открытом возрастном интервале, но несколько менее точны, чем модели Митры или Хориучи-Коула. При этом регрессионные модели не проявляют неустойчивости результатов оценивания, характерной для модели Митры. Кроме того, при работе со сглаженными данными, регрессионные модели точнее моделей Митры и Хориучи-Коула на данных с низкой смертностью. Как правило, это наблюдение в недавнем прошлом по населению экономически развитых стран, большинство из которых будут обладать возрастной структурой, существенно отличной от стабильной. Отсюда можно заключить, что предложенные регресси-

онные модели являются важным инструментом моделирования продолжительности жизни в старших возрастах в условиях, когда модели Хориучи-Коула и Митры неприменимы в силу существенных нарушений предположения о стабильности возрастной структуры населения. Незначительный уровень корреляции между оценками по регрессионным и прочим моделям указывает, что эти модели могут удачно дополнять друг друга в анализе продолжительности жизни престарелого населения.

Предлагаемый подход может быть полезен в актуарных и пенсионных расчетах, демографическом прогнозировании и разработке персонализируемых медико-демографических и актуарных информационных систем, поскольку позволяет в комбинации с методом условной экстраполяции [23] оценивать показатели смертности и продолжительности жизни для социальных групп (в том числе небольших по численности), по которым имеется лишь неполная статистика смертности в молодых возрастах.

Литература

1. **Wilmoth J.R.** et al. Methods Protocol for the Human Mortality Database. 2007. P. 1-80.
2. Департамент по экономическим и социальным вопросам. Руководство по сбору данных о рождаемости и смертности: 92. Нью-Йорк: ООН, 2005. 132 с.
3. **Bennett N.G., Horiuchi S.** Mortality Estimation from Registered Deaths in Less Developed Countries // *Demography*. 1984. Vol. 21, No. 2. P. 217.
4. **Shryock H.S., Siegel J.S.** The Methods and Materials of Demography, Washington D.C.: United States Bureau of the Census, 1973.
5. **Мягков А.Ю.** Возраст как переменная в социологическом исследовании (методологические и методические проблемы измерения) // Вестник Тамбовского университета. Серия: Гуманитарные науки. 1996. № 2. С. 31-38.
6. **Duthé G.** et al. Mortality in the Caucasus: An attempt to re-estimate recent mortality trends in Armenia and Georgia // *Demogr. Res.* 2010. Vol. 22, No. 23. P. 691-732.
7. **Khlal M., Courbage Y.** Mortality and causes of death of Moroccans in France, 1979-91 // *Popul.* 1996. Vol. 8. P. 59-94.
8. **Kibele E., Scholz R.D., Shkolnikov V.M.** Low migrant mortality in Germany for men aged 65 and older: Fact or artifact? // *Eur. J. Epidemiol.* 2008. Vol. 23. No. 6. P. 389-393.
9. **Preston S.H.** et al. African-American mortality at older ages: results of a matching study. // *Demography*. 1996. Vol. 33. No. 2. P. 193-209.
10. **Coale A.J., Kisker E.** Defects in data on old-age mortality in the United States: new procedures for calculating mortality schedules and life tables at the highest ages. // *Asian Pacific Popul. Forum.* Honolulu Hawaii Coale Ansley J. 1990 Spring., 1990. Vol. 4. P. 1-31.
11. **Horiuchi S., Coale A.J.** A Simple Equation for Estimating the Expectation of Life at Old Ages // *Popul. Stud. (NY)*. 1982. Vol. 36. No. 2. P. 317-326.
12. **Coale A.J.** Estimating the Expectation of Life at Old Ages: Comments on the Article by Mitra // *Popul. Stud. (NY)*. 1985. Vol. 39, No. 3. P. 507-509.
13. **Veron J.** et al. *Demography, Measuring and Modeling Population Processes* // *Popul. (French Ed.* Blackwell Publishers, 2002. Vol. 57, No. 3. P. 591.
14. **Боярский А.Я., Валентей Д.И., Кваша А.Я.** Основы демографии. М.: Статистика, 1980. 296 с.
15. **Namboodiri K., Suchindran C.M., Winsborough H.H.** *Life Table Techniques and Their Applications.* Elsevier Science, 2013. 288 p.
16. **Chiang C.L.** Life table and mortality analysis. // *Life table and mortality analysis.* World Health Organization, Geneva, Switzerland, 1978. XIV + 399 p.
17. **Вандескрик К.** Демографический анализ. М.: Академический проект; Гаудеамус, 2005. 272 с.
18. **Баркалов Н.Б.** Моделирование демографического перехода. М.: Издательство Московского Университета, 1984. 80 с.
19. **Keyfitz N., Caswell H.** *Applied mathematical demography.* Springer, 2005. 555 p.
20. **Mitra S.** On Estimating the Expectation of Life at Old Ages: Reply to Professor Coale // *Popul. Stud. (NY)*. 1985. Vol. 39. No. 3. P. 511-512.
21. **Mitra S.** Estimating the Expectation of Life at Older Ages // *Popul. Stud. (NY)*. 1984. Vol. 38. No. 2. P. 313-319.
22. **Ediev D.M.** Expectation of Life at Old Age: Revisiting Horiuchi-Coale and Reconciling with Mitra: WP-16-010. Laxenburg, 2016.
23. **Ediev D.M.** Expectation of life at old age: revisiting Horiuchi-Coale and reconciling with Mitra // *Genus*. 2018. Vol. 74. No. 1.
24. **Gompertz B.** On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies // *Philos. Trans. R. Soc. London.* 1825. Vol. 115. P. 513-583.
25. **Thatcher A.R., Kannisto V., Vaupel J.W.** *The Force of Mortality at Ages 80-120.* Monographs on Population Aging. Odense, Denmark: Odense University Press, 1998. 104 p.
26. **Kannisto V.** Development of the oldest-old mortality, 1950-1990: evidence from 28 developed countries. *Monographs on opulation ageing* // Odense Univ. Press. 1994.
27. **Ediev D.M.** Constrained Mortality Extrapolation to Old Age: An Empirical Assessment // *Eur. J. Popul.* 2017.
28. **Mathers C., Ho J.** WHO methods for life expectancy and healthy life expectancy: WHO/HIS/HSI/GHE/2014.5. 2014. 28 p.
29. R Core Team. R: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2016.
30. **Stockwell E.G., Shryock H.S., Siegel J.S.** *The Methods and Materials of Demography.* New York: Academic Press, 1976.
31. **Thatcher A.R., Kannisto V., Vaupel J.W.** *Odense Monographs on Population Aging 5: The force of mortality at ages 80 to 120.* Odense: Odense University Press, 1998.
32. **Doray L.G.** Inference for Logistic-type Models for the Force of Mortality // *Living to 100 Symposium.* Orlando, Fla. (USA): Society of Actuaries, 2008.

Информация об авторе

Эдиев Далхат Мурадинович - д-р физ.-мат. наук, доцент, проректор по научной работе, информатизации и международному сотрудничеству ФГБОУ ВО «Северо-Кавказская государственная академия», 369000, г. Черкесск, ул. Ставропольская, д. 36. E-mail: dalkhat@hotmail.com. ORCID: 0031-3801-7503-5142.

Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 18-01-00289 «Математические модели и методы устранения искажений показателей смертности и продолжительности жизни престарелого населения»).

References

1. **Wilmoth J.R.** et al. Methods Protocol for the Human Mortality Database. 2007. P. 1–80.
2. Department of Economic and Social Affairs. *Handbook on the Collection of Fertility and Mortality Data*. Series F, No. 92. New York: United Nations; 2005. 132 p.
3. **Bennett N.G., Horiuchi S.** Mortality Estimation from Registered Deaths in Less Developed Countries. *Demography*. 1984;21(2):217.
4. **Shryock H.S., Siegel J.S.** *The Methods and Materials of Demography*. Washington D.C.: United States Bureau of the Census; 1973.
5. **Myagkov A.Yu.** Age as a Variable in Sociological Research (Methodological and Methodical Issues of Measurement). *Tambov University Review. Series Humanities*. 1996;(2):31-38. (In Russ.)
6. **Duthi G.** et al. Mortality in the Caucasus: An Attempt to Re-Estimate Recent Mortality Trends in Armenia and Georgia. *Demographic Research*. 2010;22(23):691-732.
7. **Khlat M., Courbage Y.** Mortality and causes of death of Moroccans in France, 1979-91. *Population*. 1996;8:59-94.
8. **Kibele E., Scholz R.D., Shkolnikov V.M.** Low Migrant Mortality in Germany for Men Aged 65 and Older: Fact or Artifact? *European Journal of Epidemiology*. 2008;23(6):389-393.
9. **Preston S.H.** et al. African-American Mortality at Older Ages: Results of a Matching Study. *Demography*. 1996;33(2):193-209.
10. **Coale A.J., Kisker E.** Defects in Data on Old-Age Mortality in the United States: New Procedures for Calculating Mortality Schedules and Life Tables at the Highest Ages. In: *Proc. of the Asian Pacific Popul. Forum. Honolulu Hawaii Coale Ansley J.* 1990 Spring. 1990;4:1-31.
11. **Horiuchi S., Coale A.J.** A Simple Equation for Estimating the Expectation of Life at Old Ages. *Population Studies*. 1982;36(2):317-326.
12. **Coale A.J.** Estimating the Expectation of Life at Old Ages: Comments on the Article by Mitra. *Population Studies*. 1985;39(3):507-509.
13. **Veron J.** et al. Demography, Measuring and Modeling Population Processes. *Population (French Edition)*. 2002;57(3)591.
14. **Boyarskii A.Ya., Valentei D.I., Kvasha A.Ya.** Basics of Demography. Moscow: Statistics Publ.; 1980. 296 p. (In Russ.)
15. **Namoodiri K., Suchindran C.M., Winsborough H.H.** Life Table Techniques and Their Applications. Elsevier Science; 2013. 288 p.
16. **Chiang C.L.** Life Table and Mortality Analysis. Life Table and Mortality Analysis. Geneva, Switzerland: World Health Organization; 1978. xiv + 399 p.
17. **Vandeschrick Ch.** *Analyse Démographique*. Academia-Bruylant; 1995. 183 p. (Russ. ed.: Vandeskrik K. *Демографический анализ*. Moscow: Akademicheskii proekt, Gaudeamus; 2005. 272 p.)
18. **Barkalov N.B.** *Modeling Demographic Transition*. Moscow: Moscow University Press; 1984. 80 p. (In Russ.)
19. **Keyfitz N., Caswell H.** *Applied Mathematical Demography*. Springer; 2005. 555 p.
20. **Mitra S.** On Estimating the Expectation of Life at Old Ages: Reply to Professor Coale. *Population Studies*. 1985;39(3):511-512.
21. **Mitra S.** Estimating the Expectation of Life at Older Ages. *Popul. Population Studies*. 1984;38(2):313-319.
22. **Ediev D.M.** Expectation of Life at Old Age: Revisiting Horiuchi-Coale and Reconciling with Mitra: WP-16-010. Laxenburg; 2016.
23. **Ediev D.M.** Expectation of Life at Old Age: Revisiting Horiuchi-Coale and Reconciling with Mitra. *Genus*. 2018;74(1).
24. **Gompertz B.** On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies. *Philosophical Transactions of the Royal Society*. 1825;115:513-583.
25. **Thatcher A.R., Kannisto V., Vaupel J.W.** The Force of Mortality at Ages 80-120. Monographs on Population Aging. Odense, Denmark: Odense University Press; 1998. 104 p.
26. **Kannisto V.** *Development of the Oldest-Old Mortality, 1950-1990: Evidence from 28 Developed Countries. Monographs on population aging*. Odense University Press; 1994.
27. **Ediev D.M.** Constrained Mortality Extrapolation to Old Age: An Empirical Assessment. *European Journal of Population*. 2017.
28. **Mathers C., Ho J.** WHO Methods for Life Expectancy and Healthy Life Expectancy: WHO/HIS/HSI/GHE/2014.5. Geneva: WHO; 2014. 28 p.
29. R Core Team. *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing; 2016.
30. **Stockwell E.G., Shryock H.S., Siegel J.S.** The Methods and Materials of Demography. New York: Academic Press; 1976.
31. **Thatcher A.R., Kannisto V., Vaupel J.W.** Odense Monographs on Population Aging 5: The force of mortality at ages 80 to 120. Odense: Odense University Press; 1998.
32. **Doray L.G.** Inference for Logistic-Type Models for the Force of Mortality. Living to 100 Symposium. Orlando, Florida, USA: Society of Actuaries; 2008.

About the author

Dalhat M. Ediev - Dr. Sci. (Phys.-Math.), Associate Professor, Vice-Rector, Research, Informatization and International Cooperation, Federal State Budget Educational Institution of Higher Education «North Caucasian State Academy» (NCSA). 36, Stavropol'skaya St., Cherkessk, 369000, Russia. E-mail: dalkhat@hotmail.com. ORCID: 0031-3801-7503-5142.

Funding

This work was financed by the Russian Foundation for Basic Research (Project No. 18-01-00289 “Mathematical models and methods of correcting the distortions of the age structure and mortality rates of elderly population”).