МАТЕМАТИКО-СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

Выявление точек «разладки» устойчивых периодов экономических систем при робастном управлении

Сергей Евгеньевич Хрущев, Михаил Анатольевич Алексеев, Ольга Михайловна Логачёва

Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ» (НГУЭУ), г. Новосибирск, Россия

В данной статье продемонстрированы возможности математико-статистического моделирования выявления моментов нарушения устойчивости (точек «разладки») экономических систем (на примере OK «РУСАЛ»). Прогноз точек «разладки» устойчивых или квазиустойчивых периодов экономических систем необходим для оперативного изменения стратегии, тактики и управления рассматриваемой экономической системы. Это решает одну из задач робастного управления, цель которого - синтез регулятора, способного обеспечивать сохранение выходных переменных системы в рамках робастного предела при всех типах функций принадлежности и неопределенности входных данных.

Разработанный авторами алгоритм, основанный на формализованном отражении поведения остатков регрессионных моделей по наблюдаемому ряду динамики определенного показателя (в качестве опорного показателя была выбрана цена обыкновенной акции), применим для выборок малого объема, каковыми, как правило, и являются ряды динамики показателей экономических систем. По мнению авторов, такой алгоритм целесообразен при исследовании отличных от гауссовских моделей наблюдений.

Ключевые слова: математико-статистические методы, стохастичность, робастная устойчивость, робастное управление, робастная статистика.

JEL: C02, C12, C40, C50, C60, D20.

Для цитирования: Хрущев С.Е., Алексеев М.А., Логачёва О.М. Выявление точек «разладки» устойчивых периодов экономических систем при робастном управлении. Вопросы статистики. 2019;26(2):27-36.

Change Point Detection of Sustainable Periods of Economic Systems Under the Robust Control

Sergey E. Khrushchev, Mikhail A. Alekseev, Olga M. Logachova

Novosibirsk State University of Economics and Management (NSUEM), Novosibirsk, Russia

This article addresses the potential of mathematical and statistical modelling the change point detection in economic systems on the example of UC «RUSAL». Change point prediction of stable or quasi-stable periods of economic systems is necessary for the operational changing of a strategy, tactics and control of the considered economic system. It solves one of the robust control problems, the purpose of which is the synthesis of the regulator that can provide the preservation of output variables of the system within the robust limit for all types of membership functions and the uncertainty of the input data.

The developed algorithm is based on the study of the behavior of residuals of regression models by the observed series of the dynamics of some exponent (as a benchmark was chosen the price of ordinary share). This algorithm is applicable for small volume samples, which, as a rule, are the series of dynamics of exponents of economic systems and also, in the study of non-Gaussian observational models.

Keywords: mathematical and statistical methods, stochasticity, robust stability, robust control, robust statistics. *JEL: C02, C12, C40, C50, C60, D20.*

For citation: Khrushchev S.E., Alekseev M.A., Logachova O.M. Change Point Detection of Sustainable Periods of Economic Systems Under the Robust Control. Voprosy statistiki. 2019;26(2):27-36. (In Russ.)

Введение

Анализ устойчивости работы экономических систем [1, 2] свидетельствует об изменчивости как входных, так и выходных показателей их экономического состояния. Функционирование системы представляется как дискретный переход из одного состояния в другое. Будем считать, что на каждом временном интервале состояния системы описываются либо как «устойчивая работа», если показатели удовлетворяют ожиданиям компании, либо как «квазиустойчивая работа», если показатели не удовлетворяют ожиданиям компании. Априори и та и другая существуют. Предсказать точки «разладки» устойчивых или квазиустойчивых периодов означает подготовить экономическую систему к изменению стратегии, тактики и оперативного управления. Такая задача возлагается на робастное управление, цель которого - это синтез регулятора, способного обеспечивать сохранение выходных переменных системы в рамках робастного предела при всех типах функций принадлежности и неопределенности входных данных [3, 4]. Под робастным пределом понимается некоторая обоснованная «норма» экономических и организационных изменений ключевых (гомеостатических) показателей деятельности экономических систем с позиций достижения поставленных целей.

Практически на все экономические системы влияют факторы, имеющие случайную природу. Поэтому анализ таких систем требует привлечения различных статистических процедур. Это приводит к повышению требований к качеству обработки результатов реальных стохастических экспериментов. Но как было справедливо отмечено В.П. Шулениным, успешное применение статистических процедур «сдерживается тем фактом, что классические процедуры математической статистики обеспечивают заданное качество решений лишь при справедливости некоторых предположений о статистической модели» [5, с. 7]. Многие статистические критерии построены при предположении о том, что наблюдения имеют гауссовское распределение. Отклонения от модели Гаусса требуют построения новых критериев проверки гипотез.

При построении моделей, описывающих реальные экономические системы, важно корректно проверять их адекватность. При этом

часто используются не всегда легко проверяемые допущения (например, независимость или одинаковая распределенность наблюдений). Любая построенная модель является своего рода идеализацией реального процесса. Если выбранная идеализированная модель хорошо аппроксимирует имеющиеся данные, то в таких случаях говорят, что модель адекватна. При этом необходимо понимать, какие отклонения от построенной модели являются типичными для рассматриваемого реального процесса, а какие нет. Особенно важно это в ситуациях, когда возникают вопросы о применимости стандартных процедур, когда истинное распределение не является нормальным [6]. Проверка адекватности построенной модели при заданных допущениях, отличных от классических, возможна при наличии соответствующих критериев и алгоритмов.

В настоящее время построению статистических критериев и алгоритмов, устойчивых к отклонениям от заданных предположений, посвящено новое развивающееся направление - робастная статистика. Термин «робастность» был введен Г. Боксом [7] в 1953 г. Развитие идей робастности начинается с работ С. Стиглера [8], Дж. Тьюки [9-12] и П. Хьюбера [13]. Стоит отметить также книги П. Хьюбера [14] и Ф. Хампеля [15].

В статистике имеются методы обнаружения выбросов, или критерии отбраковки грубых ошибок [16]. Эти методы применимы для небольших объемов наблюдений, имеющих гауссовское распределение.

В данной статье будет построен алгоритм, позволяющий выявлять атипичные выбросы, которые происходят при структурных сдвигах или в моменты нарушения устойчивости экономических систем. Данный алгоритм построен на основе критерия проверки независимости и однородности наблюдений выборки (см. следующий раздел), который справедлив в том числе и для выборок малого объема, не обязательно взятых из нормально распределенной генеральной совокупности.

Критерий проверки независимости и однородности наблюдений выборки

В основу построения критерия проверки независимости и однородности наблюдений выборки положен общий результат, отражающий «устой-

чивость неудач», подробно описанный в [17]. Приведем этот результат, сохранив некоторую терминологию и обозначения из [17].

Через X_0 будем обозначать опорное рекордное значение, наблюдаемое в некотором случайном эксперименте. Если этот эксперимент был проведен в одних и тех же условиях несколько раз, то будут получены результаты $X_1, X_2,...$ Будем предполагать, что $X_0, X_1,..., X_n,...$ - взаимно независимые случайные величины с одним и тем же распределением (выборка). Выборки, обладающие этими двумя свойствами, принято называть простыми. Распределение элементов выборки обозначим через F.

Интерес представляет время ожидания N_1 , определяемое как значение первого индекса n, такого, что $X_n > X_0$. Если распределение F является непрерывным, то вероятность события $\{X_n = X_0\}$ равна нулю. Значит, событие $A = \{N_1 > n-1\}$ происходит тогда и только тогда, когда максимальный элемент выборки X_0, X_1, \dots, X_{n-1} является начальным X_0 . В [17] доказано, что вероятность такого события равна $\frac{1}{n}$. Отсюда следует, что

$$P(N_{_1}=n)=P(N_{_1}>n$$
 - 1) - $P(N_{_1}>n)$. Таким образом, получаем, что для каждого $n=1,2,...$

$$P(N_1 = n) = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}.$$

В силу полученной вероятности легко понять, что математическое ожидание первого «рекордного» значения равно бесконечности. Отмеченные результаты позволяют построить, причем в очень широких предположениях, критерий проверки простоты выборки.

Критерий 1. Пусть задан уровень значимости α и проверяется гипотеза

« H_0 : выборка простая»

против конкурирующей гипотезы

« H_1 : выборка не простая».

Тогда справедлив критерий:

если $N_1 \leq \frac{1}{\alpha}$, то гипотеза H_0 принимается;

если $N_1 > \frac{1}{\alpha}$, то гипотеза H_0 отвергается.

Замечание 1. Отметим, что построенный критерий является точным. Нет никаких ограничений на объем выборки, а главное, нет никаких значительных ограничений, накладываемых на

распределение выборки: требуется лишь непрерывность распределения *F*.

Замечание 2. Реально достигнутный уровень значимости построенного критерия (предельное значение уровня значимости критерия, при котором основная гипотеза H_0 еще может быть

принята) есть
$$\alpha^* = \frac{1}{N_1}$$
.

В работах [18, 19] полученный критерий 1 был усовершенствован. Введем дополнительные обозначения. Пусть

$$\begin{split} N_{\min} &:= \min\{n \geqslant 1 : X_n < X_0\}; \\ N_{\max} &:= \min\{n \geqslant 1 : X_n \geqslant X_0\}, \end{split}$$

где $\min\varnothing=\infty$. N_{\min} - значение первого индекса n, такого, что $X_n \leq X_0$, а N_{\max} - значение первого индекса n, такого, что $X_n \leq X_0$. Через N обозначим максимальное значение времен ожидания N_{\min} и N_{\max} , то есть $N=\{\ N_{\min},\ N_{\max}\}$.

Справедлив следующий критерий.

Критерий 2. Пусть задан уровень значимости α и проверяется гипотеза

« H_0 : выборка простая»

против конкурирующей гипотезы

 $«H_1$: выборка не простая».

Тогда справедлив критерий:

если
$$N \leq \frac{2}{\alpha}$$
 , то гипотеза H_0 принимается;

если
$$N > \frac{2}{\alpha}$$
, то гипотеза H_0 отвергается.

<u>Замечание 3</u>. Для критерия 2 справедливо замечание 1. А реально достигнутный уровень

значимости данного критерия равен $\alpha^* = \frac{2}{N}$. Введем обозначения:

$$\begin{split} N_{\min}^{-} &:= \max \left\{ m < \left[\frac{n}{2} \right] : X_m < X_{\left[\frac{n}{2} \right]} \right\}, \\ N_{\max}^{-} &:= \max \left\{ m < \left[\frac{n}{2} \right] : X_m > X_{\left[\frac{n}{2} \right]} \right\}, \\ N_{\min}^{+} &:= \max \left\{ m > \left[\frac{n}{2} \right] : X_m < X_{\left[\frac{n}{2} \right]} \right\}, \\ N_{\max}^{+} &:= \max \left\{ m > \left[\frac{n}{2} \right] : X_m > X_{\left[\frac{n}{2} \right]} \right\}. \end{split}$$

Справедлив следующий критерий.

Критерий 3. Пусть задан уровень значимости α такой, что $0 < \alpha \le 4/9$, и проверяется гипотеза « H_0 : выборка простая»

против конкурирующей гипотезы «Н₁: выборка не простая».

Тогда справедлив критерий:

если $\min\{N^-,N^+\} \leq \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$, то гипотеза $H_{\scriptscriptstyle 0}$ принимается;

если $\min\{N^-,N^+\}>rac{2}{\sqrt{\alpha}}$, то гипотеза $H_{\scriptscriptstyle 0}$ отвергается.

Здесь
$$N^- := \min\left\{\left[\frac{n}{2}\right] - N_{\min}^-; \left[\frac{n}{2}\right] - N_{\max}^-\right\},$$

$$N^+ := \min\left\{N_{\min}^+ - \left[\frac{n}{2}\right]; N_{\max}^+ - \left[\frac{n}{2}\right]\right\}.$$

Замечание 4. Для критерия 3 справедливо замечание 1. Реально достигнутный уровень значимос- Δ

ти данного критерия равен
$$\alpha^* = \frac{4}{\min\{N^-, N^+\}}$$
.

Замечание 5. Классические регрессионные модели строятся на предположении о том, что остатки регрессии однородны и независимы [20]. В настоящее время, как правило, независимость остатков регрессии проверяется с помощью критерия Дарбина-Уотсона [21]. Но этот критерий дает достоверные результаты только для выборок большого объема [22, 23]. Чаще всего для проверки простоты выборки в случаях, когда ничего неизвестно о распределении ее элементов, используют различные критерии серий [20]. Заметим, что эти критерии являются асимптотическими, а значит, они применимы для выборок достаточно большого объема. Более того, требуется существование дисперсии или математических ожиданий (моментов) у элементов рассматриваемой выборки [20]. В силу замечания 1 выполнение всех этих условий на объем выборки и моменты случайных величин не требуется при применении ни одного из критериев 1-3.

Важен также и тот факт, что при проверке простоты регрессионных остатков критерии применимы не только для моделей с нормальным распределением возмущений.

Замечание 6. Отметим, что каждый из трех критериев чувствителен к перестановкам в выборке $X_0, X_1, ..., X_n, ...$ С другой стороны, указанный «недостаток» может быть использован при обнаружении момента разладки (структурного

сдвига) в исследованиях временных рядов (см. [18]). При этом в отличие от теста Чоу [23, 24], а также тестов CUSUM и CUSUMSQ [25], используемых для выявления структурных сдвигов во временных рядах, введенные критерии проверки простоты выборки (критерии 1-3), в силу замечаний 1 и 5, применимы для более широкого класса моделей.

Выявление момента нарушения устойчивости экономических систем

Момент нарушения устойчивости (момент «разладки») экономической системы будет определяться показателем, при котором система переходит в другое, существенно отличающееся состояние. Будем считать, что система устойчива в течение некоторого периода времени, если данный показатель сохраняет свои вероятностные характеристики.

Для обнаружения момента «разладки» можно использовать (с некоторыми модернизациями) любой из введенных критериев проверки простоты выборки. В данном исследовании будем опираться на критерий 1. Практическое применение критериев 2 и 3 приводится в работах [18, 19]. Использование предлагаемого критерия, в отличие от критериев 2 и 3, позволяет естественным образом выявлять моменты «разладки», а также быстро и понятно вычислять нужные статистики. Выявление момента «разладки» ведется на основе анализа остатков той или иной регрессионной модели по наблюдаемому ряду динамики определенного показателя. Важно, что данный подход применим и для выборок малого объема, каковыми, как правило, являются ряды динамики показателей экономических систем.

Отметим большой интерес к задачам о «разладке» в теории вероятностей и математической статистике [26]. Для регрессионных моделей задача о разладке впервые была поставлена в [27, 28], подробно изучалась в работах [29-31].

Алгоритм определения устойчивости с помощью регрессионных моделей

Шаг 0. Выбирается подходящий показатель Y, по значениям которого можно судить об устойчивости экономической системы.

Шаг 1. Задается регрессионная модель, описывающая зависимость выбранного на предыдущем

шаге показателя Y от времени t и, возможно, от регрессоров $\vec{Z}=(Z_1,...,Z_k)$. Будем полагать, что выбранная модель является аддитивной, математическая форма которой имеет вид:

$$Y = Y_t = f(\vec{a}, t, \vec{Z}) + \varepsilon_t, t = 0, 1, ..., T,$$

где f - некоторая неслучайная функция (функция регрессии); $\vec{a}=(a_0,a_1,...,a_l)$ - вектор неизвестных параметров; $\varepsilon=\varepsilon$ - возмущение (случайный фактор).

Шаг 2. Оцениваются все входящие в регрессионную модель параметры, то есть находится вектор оценок $\hat{\vec{a}} = (\hat{a_0}, \hat{a_1}, ..., \hat{a_l})$.

Шаг 3. С помощью вычисленных на шаге 2 оценок рассчитываются регрессионные остатки модели по формуле $\widehat{\varepsilon}_t = Y_t - \widehat{y_t}$, где эмпирическая функция регрессии $\widehat{y_t}$ определяется следующим образом:

$$\hat{y_t} = f(\hat{\vec{a}}, t, \vec{Z}), t = 0, 1, ..., T.$$

Будем полагать, что построенная регрессионная модель качественно описывает (аппроксимирует) имеющиеся данные. Об этом можно судить, например, по коэффициенту детерминации или относительной ошибке аппроксимации.

Шаг 4. По вычисленным на шаге 3 абсолютным значениям остатков модели вычисляется статистика N_1 .

Шаг 5. По вычисленной на предыдущем шаге статистике N_1 находится реально достигнутый уровень значимости α^* .

Шаг 6. По найденному реально достигнутому уровню значимости критерия принимается решение о простоте выборки абсолютных значений остатков и, как следствие, решение об устойчивости рассматриваемой экономической системы во всем временном периоде от t = 0 до t = T (временной период [0,T]).

Замечание 7. Данный алгорим имеет существенный недостаток: каждое следующее рекордное значение, наступающее в момент времени, больший номера N_1 , никак не влияет на решение о принятии гипотезы о простоте выборки. С одной стороны, математически здесь нет никаких протеворечий, а с другой - каждый резкий выброс значений регрессионных остатков заставляет задумываться о некоторых существенных изменениях, которые, возможно, произошли в системе.

Предлагаем решение для следующей ситуации. Пусть принята гипотеза об устойчивости

системы во временном периоде [0, T]. Имеется предположение о том, что значение уровня ряда динамики в момент времени T+1, то есть значение Y_{T+1} , не является типичным значением для временного ряда. Тогда значение Y_{T+1} существенно отличается от прогнозного уровня ряда, задаваемого с помощью построенного уравнения регрессии. Имеется выборка абсолютных значений регрессионных остатков $|\widehat{\mathcal{E}}_0|,...,|\widehat{\mathcal{E}}_T|,|\widehat{\mathcal{E}}_{T+1}|$, где значение остатка $\widehat{\mathcal{E}}_{T+1}$ вычислено по уравнению регрессии, построенному во временном периоде [0,T]. Проверяется гипотеза о простоте полученной выборки с помощью критерия 1, где в качестве опорного рекордного значения берется значение $|\widehat{\varepsilon}_{T+1}|$, а предыдущие остатки меняют порядковую нумерацию с 0,...,Tна T,...,0. Если гипотеза отвергается критерием, то у нас есть основания считать, что в момент времени T+1 произошла «разладка», или структурный сдвиг в значениях ряда динамики показателя Ү. Добавим, что формально здесь все корректно: в качестве опорного значения можно выбирать любое значение выборки.

Фактически предложенное решение означает следующее: если абсолютное значение регрессионного остатка окажется больше всех предыдущих абсолютных значений остатков, то есть основание считать, что наблюдается нетипичный выброс для данной модели.

Механизм работы изложенного алгоритма можно наглядно описать следующим образом. Если предложенная регрессионная модель адекватно описывает данные, то значения отклика Y, при сохранении распределения случайного фактора ε (простоте выборки остатков), находятся в некоторой окрестности линии регрессии. Если же значения отклика Y вышли за некоторые границы, то это свидетельствует в пользу изменения вероятностных характеристик (нарушение устойчивости) наблюдаемого процесса (изменение параметров регрессионной модели со временем).

Замечание 8. Очевидно, что шаги 0-3 данного алгоритма при определенных обстоятельствах могут иметь достаточно большое число альтернатив. Поэтому исследователю очень важно корректно определять и показатель Y, и соответствующую подходящую регрессионную модель. Даже способ нахождения оценок выбранной модели и оценка ее качества всегда имеют множество альтернативных подходов.

Таблица 1

дить об адекватности модели, используя только коэффициент детерминации и не изучая поведения остатков. Хорошо известен квартет Энскомба [32] - четыре набора пар наблюдений (см. таблицу 1), для которых средние значения, дисперсии $\frac{1-\text{й набор}}{f(x_1)}$ $\frac{t}{(y_1)}$ $\frac{t}{(y_2)}$ $\frac{t}{(y_3)}$ $\frac{t}{(y_3)$

для каждой из переменных совпадают. Более того, совпадают и коэффициенты корреляций, линейные уравнения регрессии и коэффициенты детерминаций, равные 0,816, для каждого из четырех наборов.

Замечание 9. Отметим, что недостаточно су-

Несмотря на совпадение отмеченных статистических характеристик квартета Энскомба, их графики существенно различаются (см. рис. 1).

Квартет Энскомба

1-й набор		2-й набор		3-й н	абор	4-й набор		
$t(x_1)$	(y_1)	$t(x_2)$	(y_2)	$t(x_3)$	(y_3)	$t(x_4)$	(y ₄)	
4	4,26	4	3,1	4	5,39	19	12,5	
5	5,68	5	4,74	5	5,73	8	6,89	
6	7,24	6	6,13	6	6,08	8	5,25	
7	4,82	7	7,26	7	6,42	8	7,91	
8	6,95	8	8,14	8	6,77	8	5,76	
9	8,81	9	8,77	9	7,11	8	8,84	
10	8,04	10	9,14	10	7,46	8	6,58	
11	8,33	11	9,26	11	7,81	8	8,47	
12	10,84	12	9,13	12	8,15	8	5,56	
13	7,58	13	8,74	13	12,74	8	7,71	
14	9,96	14	8,1	14	8,84	8	7,04	

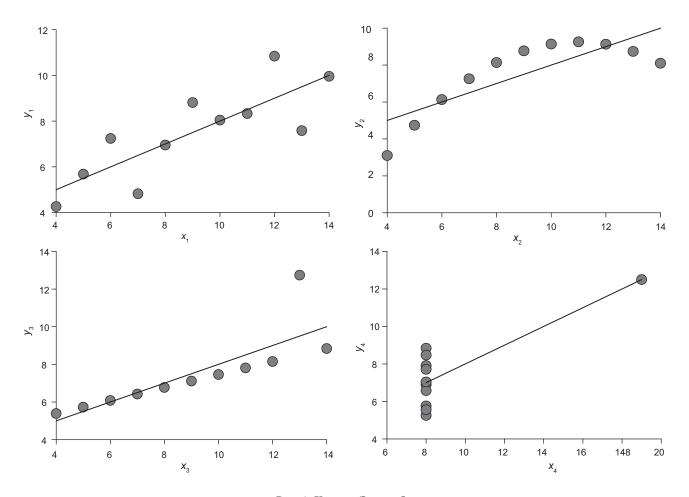


Рис. 1. Квартет Энскомба

Визуальный анализ представленных графиков говорит об адекватности линейной регрессионной модели только для первого набора значений из квартета. Проверим гипотезу о простоте абсолютных значений остатков для каждого из первых

трех наборов, исключив вырожденный четвертый набор. Мы будем использовать описанный выше алгоритм, остатки будут определены для линейной регрессионной модели. Их абсолютные значения внесены в таблицу 2.

Абсолютные значения	остатков кваг	тета Энскомба
110 CONTO I II DIC OHA I CHIM	ociainob mbaj	ore one monou

	$ \widehat{\varepsilon_0} $	$ \widehat{\varepsilon_{_{1}}} $	$ \widehat{\varepsilon_2} $	$ \widehat{\varepsilon}_{_{3}} $	$ \widehat{\varepsilon}_{_{4}} $	$ \widehat{\varepsilon}_{_{5}} $	$ \widehat{\varepsilon_6} $	$ \widehat{\varepsilon_{7}} $	$ \widehat{\varepsilon}_{_{8}} $	$ \widehat{arepsilon}_{g} $	$ \widehat{\varepsilon}_{_{10}} $
1	0,740	0,179	1,239	1,681	0,051	1,309	0,039	0,171	1,839	1,921	0,041
2	1,901	0,761	0,129	0,759	1,139	1,269	1,139	0,759	0,129	0,761	1,901
3	0,389	0,229	0,079	0,081	0,230	0,390	0,540	0,689	0,849	3,241	1,159

Для набора 1 реально достигнутый уровень значимости равен 0,5, что свидетельствует в пользу простоты выборки, а значит, и в пользу адекватности построенной модели в данном временном периоде.

Для набора 2 реально достигнутый уровень значимости равен 0, что отвергает гипотезу о простоте выборки, а значит, свидетельствует в пользу неадекватности построенной модели.

Для набора 3 реально достигнутый уровень значимости равен 1/9, что свидетельствует в пользу простоты выборки, но очевидно, что уровень со значением 12,74 требует отдельного рассмотрения. Заметим, что все точки до этого уровня лежат на одной прямой, то есть для

линейной модели регрессии, построенной по значениям до этого уровня, значения остатков равны нулю, а значит, согласно предложенному алгоритму, значение 12,74 является атипичным выбросом.

Определение устойчивых временных периодов на примере обыкновенных акций ОК «РУСАЛ»

Объектом нашего исследования служат цены закрытия торговых сессий по обыкновенным акциям ОК «РУСАЛ» (ММВБ) в период с 1 июня 2015 г. по 1 мая 2018 г. Недельная динамика цен представлена на рис. 2.



Рис. 2. Динамика цен акций

Применяя алгоритм обнаружения атипичных выбросов, наблюдаемых в динамике недельных цен акций, нами были выделены временные периоды устойчивости, характеризуемые высокими значениями коэффициентов детерминации линейных трендов и простотой выборок абсолютных значений остатков. Данные периоды определяются моментами «разладки». В таблице 3 представлены выявленные периоды и соответствующие им коэффициенты детерминации \mathbb{R}^2 , определяемые по формуле

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum (y_i - \overline{y})^2}.$$

Таблица 3 **Периоды устойчивости**

№ периода	Начало	Конец	Коэффициент де-		
	периода	периода	терминации (R^2)		
1	15.06.2015	06.07.2015	0,9699		
2	06.07.2015	07.09.2015	0,6475		
3	07.09.2015	05.10.2015	0,9707		
4	05.10.2015	14.12.2015	0,9383		
5	14.12.2015	29.02.2016	0,5765		
6	29.02.2016	18.04.2016	0,7771		
7	18.04.2016	20.06.2016	0,9561		
8	20.06.2016	22.08.2016	0,7996		
9	22.08.2016	30.01.2017	0,6133		
10	30.01.2017	29.05.2017	0,6857		
11	29.05.2017	02.10.2017	0,9492		
12	02.10.2017	04.12.2017	0,7066		
13	04.12.2017	15.01.2018	0,8362		
14	15.01.2018	01.05.2018	0,8183		

Отметим, что атипичные выбросы, как правило, находятся в окрестностях локальных минимумов или локальных максимумов исследуемой нами динамики цен акций, что является ожидаемым и естественным следствием изложенной в настоящей работе методики.

Добавим, что моменты «разладки» зачастую приводят к изменению направления динамики временного ряда изучаемого показателя или к изменению силы этого направления.

Наличие такого большого количества точек «разладки» объясняется порционным введением санкций против Российской Федерации в целом, и ОК «РУСАЛ» в частности. В этом случае структурные сдвиги вполне естественны, что связано в том числе с нестабильностью роста мирового промышленного производства.

* *

В статье предложен новый алгоритм выявления моментов «разладки» экономических систем. В отличие от большинства известных алгоритмов представленный алгоритм применим для выборок малого объема, каковыми, как правило, и являются ряды динамики показателей экономических систем. Более того, не накладывается никаких существенных ограничений на характеристики рассматриваемых наблюдений - как на моменты, так и на вид распределения: допускается, что рассматриваемая модель может быть отличной от гауссовской.

Литература

- 1. **Алексеев М.А., Фрейдина Е.В.** Методологические основы развития теории робастного управления экономическими системами // Вестник НГУЭУ. 2017. № 2. С. 19-29.
- 2. **Клейнер Г.** Устойчивость российской экономики в зеркале системной экономической теории (часть 2) // Вопросы экономики. 2016. № 1. С. 117-138.
- 3. **Алексеев М.А.** Концепция информационного пространства финансового рынка. Новосибирск: НГУЭУ, 2017. 247 с.
- 4. **Алексеев М.А., Фрейдина Е.В., Тропин А.А.** Эволюционный подход к концепции робастного управления экономическими системами // Идеи и Идеалы. 2018. Т. 2. № 3. С. 3-21.
- 5. Шуленин В.П. Робастные методы математической статистики. Томск: НТЛ, 2016. 260 с.
- 6. **Anscombe F.J.** Topics in the Investigation of Linear Relation Fitted by the Method of Least Squares // Journal

- of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological). 1967. Vol. 29. Iss. 1. P. 1-29.
- 7. **Box G.E.P.** Non-Normality and Tests on Variances // Biometrika. 1953. Vol. 40. Iss. 3-4. P. 318-335. doi: https://doi.org/10.1093/biomet/40.3-4.318.
- 8. **Stigler S.M.** Simon Newcomb, Percy Daniell and History of Robust Estimations 1885-1920 // Journal of the American Statistical Association. 1973. Vol. 68. Iss. 344. P. 872-879.
- 9. **Tukey J.W.** A Survey of Sampling from Contaminated Distributions // Olkin I. (ed.) Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling. Stanford: Stanford Univ. Press, 1960. P. 448-485.
- 10. **Tukey J.W.** Bias and Confidence in Not-Quite Large Samples (Abstract) // The Annals of Mathematical Statistics. 1958. Vol. 29. No. 2. P. 614.
- 11. **Tukey J.W.** Data Analysis, Computation and Mathematics // Quarterly of Applied Mathematics. Special Issue: The Future of Applied Mathematics. 1972. Vol. XXX. No. 1. P. 51-65.
- 12. **Tukey J.W.** Exploratory Data Analysis. Menlo Park, London, Amsterdam: Addison-Wesley Publ. Comp. Reading, Mass., 1977.
- 13. **Huber P.J.** Robust Estimation of Location Parameter // The Annals of Mathematical Statistics. 1964. Vol. 35 No. 1. P. 73-101.
- 14. **Хьюбер П.** Робастность в статистике. М.: Мир, 1984. 304 с.
- 15. **Хампель Ф., Рончетти Э., Рауссей П., Штаэль В.** Робастность в статистике. Подход на основе функций влияния. М.: Мир, 1989. 512 с.
- 16. Шуленин В.П. Математическая статистика. Ч. 3. Робастная статистика: учебник. Томск: НТЛ, 2012. 520 с.
- 17. **Феллер В.** Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т. 2. М.: Мир, 1966. 752 с.
- 18. **Логачев А.В., Хрущев С.Е.** О проверке наличия структурных сдвигов в исследованиях временных рядов // Вестник НГУЭУ. 2017. № 2. С. 328-331.
- 19. Khrushchev S.E., Logachov A.V., Logachova O.M. About One Criterion of Verifying the Independence of Observations // Applied Methods of Statistical Analysis. Nonparametric Methods in Cybernetics and System Analysis (AMSA'2017). Proc. of the Int. Workshop. Krasnoyarsk, 18-22 September, 2017. Novosibirsk: NSUEM Publ., 2017. P. 257-261.
- 20. **Магнус Я.Р., Катышев П.К., Пересецкий А.А.** Эконометрика. Начальный курс. М.: Дело, 2007. 504 с
- 21. **Суслов В.И., Ибрагимов Н.М., Талышева Л.П., Цыплаков А.А.** Эконометрия. Новосибирск: СО РАН, 2005. 744 с.
- 22. **Кремер Н.Ш., Путко Б.А.** Эконометрика. М.: Юнити-Дана, 2004. 311 с.
- 23. Эконометрика: учебник для магистров / под ред. И.И. Елисеевой. М: Юрайт, 2012. 453 с.
- 24. **Chow G.C.** Tests of the Equality Between Two Sets of Coefficients in Two Linear Regressions // Econometrica. 1960. Vol. 28. No. 3. P. 561-605.

- 25. **Brown R.L., Durbin J., Evans J.M.** Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationship over Time // Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological). 1975. Vol. 37. No. 2. P. 149-192.
- 26. **Бродский Б.Е., Дарховский Б.С.** Проблемы и методы вероятностной диагностики // Автоматика и телемеханика. 1999. № 8. С. 3-50.
- 27. **Quandt R.E.** The Estimation of Parameters of a Linear Regression System Obeying Two Separate Regimes // Journal of the American Statistical Association. 1958. Vol. 53. Iss. 284. P. 873-880.
- 28. **Quandt R.E.** Tests of the Hypothesis that a Linear Regression System Obeys Two Separate Regimes // Journal

- of the American Statistical Association. 1960. Vol. 55. Iss. 290. P. 324-330.
- 29. **Буркатовская Ю.Б., Воробейчиков С.Э.** Обнаружение разладки процесса авторегрессии, наблюдаемого с помехами // Автоматика и телемеханика. 2000. № 3. С. 76-89.
- 30. **Вентцель А.Д.** Курс теории случайных процессов. М.: Физматлит, 1996.
- 31. **Воробейчиков С.Э., Конев В.В.** Последовательный метод обнаружения разладок случайных процессов рекуррентного типа // Автоматика и телемеханика. 1984. № 5. С. 27-38.
- 32. **Anscombe F.** Graphs in Statistical Analysis // American Statistician. 1973. Vol. 27. No. 1. P. 17-21.

Информация об авторах

Хрущев Сергей Евгеньевич - канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры статистики, Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ» (НГУЭУ). 630005, г. Новосибирск, ул. Каменская, 52/1, 5-206. E-mail: s.e.hrushchev@edu.nsuem.ru. ORCID: https://orcid.org/0027-3602-0281-5022.

Алексеев Михаил Анатольевич - д-р экон. наук, доцент, заведующий кафедрой корпоративного управления и финансов, Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ» (НГУЭУ). 630005, г. Новосибирск, ул. Каменская, 52/1, 5-206. E-mail: m.a.alekseev@nsuem.ru. ORCID: https://orcid.org/0027-3602-9678-297X.

Логачёва Ольга Михайловна - канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры математики и естественных наук, Новосибирский государственный университет экономики и управления «НИНХ» (НГУЭУ); доцент кафедры высшей математики, Сибирский государственный университет геосистем и технологий. 630005, г. Новосибирск, ул. Каменская, 52/1, 5-206. E-mail: omboldovskaya@mail.ru. ORCID: https://orcid.org/0027-3603-4994-5606.

Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-010-00700).

References

- 1. **Alekseev M.A., Freydina E.V.** Methodological Foundations Development of the Theory of Robust Governance of Economic Systems. *Vestnik NSUEM*. 2017;(2):19-39. (In Russ.)
- 2. **Kleiner G.** Sustainability of Russian Economy in the Mirror of the System Economic Theory (Part 2). *Voprosy Ekonomiki*. 2016;(1):117-138. (In Russ.)
- 3. **Alekseev M.A.** *The Concept of Information Environment in the Financial Market*. Novosibirsk: NSUEM Publ.; 2017. 247 p. (In Russ.)
- 4. **Alekseev M.A., Freydina E.V., Tropin A.A.** Evolutionary Approach to The Concept of Robust Control of Economic Systems. *Ideas and Ideals*. 2018;3(2):3-23. (In Russ.)
- 5. **Shulenin V.P.** Robust Methods in Mathematical Statistics. Tomsk: NTL Publ.; 2016. 260 p. (In Russ.)
- 6. **Anscombe F.** Topics in the Investigation of Linear Relation Fitted by the Method of Least Squares. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*. 1967;29(1):1-52.
- 7. **Box G.E.P.** Non-Normality and Tests on Variances. *Biometrika*. 1953;40(3-4):318-335.
- 8. **Stigler S.M.** Simon Newcomb, Percy Daniel and History of Robust Estimations 1885-1920. *Journal of the American Statistical Association*. 1973;68(344):872-879.

- 9. **Tukey J.W.** A Survey of Sampling from Contaminated Distributions. In: Olkin I. (ed.) *Contributions to Probability and Statistics: Essays in Honor of Harold Hotelling*. Stanford: Stanford Univ. Press; 1960. P. 448-485.
- 10. **Tukey J.W.** Bias and Confidence in Not-Quite Large Samples (Abstract). *The Annals of Mathematical Statistics*. 1958;29(2):614.
- 11. **Tukey J.W.** Data Analysis, Computation and Mathematics. *Quarterly of Applied Mathematics*. Special Issue: Symposium on the Future of Applied Mathematics. 1972;XXX(1):51-65.
- 12. **Tukey J.W.** Exploratory Data Analysis. Menlo Park, London, Amsterdam: Addison-Wesley Publ. Comp. Reading, Mass.; 1977.
- 13. **Huber P.J.** Robust Estimation of Location Parameter. *The Annals of Mathematical Statistics*. 1964;35(1):73-101.
- 14. **Huber P.J.** *Robust Statistics*. New York: Wiley Publ.; 1981. 308 p. (Russ. ed.: Kh'yuber P. *Robastnost' v statistke*. Moscow: Mir Publ.; 1984. 304 p.)
- 15. Hampel F.R., Ronchetti E.M., Rousseeuw P.J., Stahel W.A. Robust statistics. New York: Wiley Publ.; 1986. 502 p. (Russ. ed.: Khampel' F., Ronchetti E., Raussei P., Shtael' V. Robastnost' v Statistike. Podkhod na Osnove Funktsii Vliyaniya. Moscow: Mir Publ.; 1989. 512 p.)

- 16. **Shulenin V.P.** *Mathematical Statistics. Part 3. Robust Statistics: A Textbook.* Tomsk: NTL Publ.; 2012. 520 p. (In Russ.)
- 17. **Feller W.** *An Introduction to Probability Theory and its Applications.* Vol. 2. New York: Wiley Publ.; 1960. (Russ. ed.: Feller V. *Vvedenie v teoriyu veroyatnostei i ee prilozheniya.* T. 2. Moscow: Mir Publ.; 1966. 752 p.)
- 18. **Logachev A.V., Khrushchev S.E.** About Checking the Structural Sheet Availability in Researches of Time Series. *Vestnik NSUEM*. 2017;(2):328-331.
- 19. Khrushchev S.E., Logachov A.V., Logachova O.M. About One Criterion of Verifying the Independence of Observations. Applied Methods of Statistical Analysis. Nonparametric Methods in Cybernetics and System Analysis (AMSA'2017). Proc. of the Int. Workshop. Krasnoyarsk, 18-22 September, 2017. Novosibirsk: NSUEM Publ.; 2017. P. 257-261.
- 20. **Magnus Ya.R., Katyshev P.K., Peresetskii A.A.** *Econometrics. A Beginner's Course.* Moscow: Delo Publ.; 2007. 504 p. (In Russ.)
- 21. Suslov V.I., Ibragimov N.M., Talysheva L.P., Tsyplakov A.A. *Econometrics*. Novosibirsk: SB RAS Publ.; 2005. 744 p. (In Russ.)
- 22. **Kremer N.Sh., Putko B.A.** *Econometrics*. Moscow: Unity-Dana Publ.; 2004. 311 p.
- 23. Eliseeva I.I. (ed.) *Econometrics: A Textbook for Master's Degree Students*. Moscow: Yurait Publ.; 2012. 453 p. (In Russ.)
- 24. **Chow G.C.** Tests of the Equality Between Two Sets of Coefficients in Two Linear Regressions. *Econometrica*. 1960;28(3):561-605.

- 25. **Brown R.L., Durbin J., Evans J.M.** Techniques for Testing the Constancy of Regression Relationship over Time. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*. 1975;37(2): 149-192.
- 26. **Brodskii B.E., Darhovsky B.S.** Problems and Methods of Probabilistic Diagnostics. *Automation and Remote Control.* 1999;(8):3-50. (In Russ.)
- 27. **Quandt R.E.** The Estimation of Parameters of a Linear Regression System Obeying Two Separate Regimes. *Journal of the American Statistical Association*. 1958;53(284):873-880.
- 28. **Quandt R.E.** Tests of the Hypothesis that a Linear Regression System Obeys Two Separate Regimes. *Journal of the American Statistical Association*. 1960;55(290):324-330.
- 29. **Burkatovskaya Yu.B., Vorobeichikov S.E.** Detection of a Change Point in an Autoregression Process Observed with Noise. *Automation and Remote Control.* 2000;(3):76-89. (In Russ.)
- 30. **Wentzell A.D.** *A Course in the Theory of Stochastic Processes.* McGraw-Hill International; 1981. 304 p. (Russ. ed.: Venttsel' A.D. *Kurs teorii sluchainykh protsessov.* Moscow: Fizmatlit Publ.; 1996.)
- 31. **Vorobeichikov S.E., Konev V.V.** A Sequential Method for Detection of Faults in Random Processes of the Recurrent Type. *Automation and Remote Control*. 1984;(5):27-38. (In Russ.)
- 32. **Anscombe F.** Graphs in Statistical Analysis. *American Statistician*. 1973;27(1):17-21.

About the authors

Sergey E. Khrushchev - Cand. Sci. (Phys.-Math.), Docent, Department of Statistics, Novosibirsk State University of Economics and Management (NSUEM). 52/1, Kamenskaya St., Office 5-206, Novosibirsk, 630005, Russia. E-mail: s.e.hrushchev@edu.nsuem.ru. ORCID: https://orcid.org/0027-3602-0281-5022.

Mikhail A. Alekseev - Dr. Sci. (Phys.-Math.), Docent, Head, Corporate Governance and Finance Department, Novosibirsk State University of Economics and Management (NSUEM). 52/1, Kamenskaya St., Office 5-206, Novosibirsk, 630005, Russia. E-mail: m.a.alekseev@nsuem.ru. ORCID: https://orcid.org/0027-3602-9678-297X.

Olga M. Logachova - Cand. Sci. (Phys.-Math.), Docent, Department of Mathematics and Natural Sciences, Novosibirsk State University of Economics and Management (NSUEM); Docent, Department of Higher Mathematics, Siberian State University of Geosystems and Technologies (SSUGT). 52/1, Kamenskaya St., Office 5-206, Novosibirsk, 630005, Russia. E-mail: omboldovskaya@mail.ru. ORCID: https://orcid.org/0027-3603-4994-5606.

Financing

This work was financed by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) (Project No. 18-010-00700).