

Пошаговое объединение индивидуальных прогнозов на основе метода Грейнджера-Раманатхана

**Александр Адольфович Френкель,
Наталья Николаевна Волкова,
Антон Александрович Сурков,
Эвелина Игоревна Романюк**
Институт экономики РАН, г. Москва, Россия

Статья посвящена проблеме повышения точности прогнозирования временных рядов путем объединения индивидуальных прогнозов. В ней предлагается модификация одного из наиболее популярных методов объединения прогнозов, предложенного Грейнджером и Раманатханом и основанного на минимизации ошибки прогнозирования. Эти методы часто используются в практических расчетах. Однако они могут давать отрицательные коэффициенты при объединении прогнозов, и, соответственно, некоторые весовые коэффициенты могут превышать единицу.

В работе предложена модификация разработанной ранее авторами методики на основе применения итеративной процедуры с целью исключения отрицательных весовых коэффициентов при объединении прогнозов. Осуществлен сравнительный анализ предлагаемой методики с традиционным методом Грейнджера-Раманатхана с ограничениями на сумму весов, равную единице, и индивидуальными прогнозами, на основе которых строится объединение. Эта процедура проводилась на базе временных рядов по производству ряда видов промышленной продукции в натуральном выражении.

Результаты исследования позволяют сделать вывод о том, что хотя предлагаемая модификация метода Грейнджера-Раманатхана с использованием последовательного объединения индивидуальных прогнозов несущественно снижает его точность, но при этом удается исключить отрицательные весовые коэффициенты. В итоге расширяются возможности прогнозирования при решении практических задач.

Ключевые слова: объединение прогнозов, временные ряды, методы прогнозирования временных рядов.
JEL: C53, E27.

Для цитирования: Френкель А.А., Волкова Н.Н., Сурков А.А., Романюк Э.И. Пошаговое объединение индивидуальных прогнозов на основе метода Грейнджера-Раманатхана. Вопросы статистики. 2018;25(6):16-24.

Step-by-step Combining of Individual Forecasts Based on the Granger-Ramanathan Method

**Alexander A. Frenkel,
Natalia N. Volkova,
Anton A. Surkov,
Evelina I. Romanyuk**
Institute of Economics of the Russian Academy of Sciences (RAS)

The article is devoted to the problem of increasing the accuracy of forecasting by combining individual forecasts. It presents a modification of one of the most popular forecast combination methods proposed by Granger and Ramanathan, which is based on minimizing the prediction error. These methods are often used in practical calculations. However, they can give negative coefficients and, thus, some weights may exceed one.

The paper considers a modification of the methodology based on the use of an iterative procedure in order to exclude the negative weights from combining the forecasts. The authors carried out comparative analysis of both the proposed method and the traditional Granger-Ramanathan combination with restrictions on weights summing to one, and individual forecasts on the basis of which the combining is performed. The comparison was made on the basis of time series on the production of a number of types of products in physical terms.

The results of the study made it possible to conclude that the proposed modification of the Granger-Ramanathan method using sequential prediction does slightly reduce its accuracy, but it saves the approach in question from negative weighting coefficients. As a result it broadens the applicability of the real practice-oriented forecasting.

Keywords: combining of forecasts, time series, time series forecasting methods.

JEL: C53, E27.

For citation: Frenkel A.A., Volkova N.N., Surkov A.A., Romanyuk E.I. Step-by-step Combining of Individual Forecasts Based on the Granger-Ramanathan Method. *Voprosy statistiki*. 2018;25(6):16-24. (In Russ)

Введение

Методы объединения прогнозов на основе минимизации ошибки прогнозирования являются достаточно распространенными и часто используются в практических расчетах [1-3]. Причем наиболее популярными являются три метода, предложенные Грейнджером и Раманатханом [4-7]. Краткое изложение двух из них было ранее описано авторами в журнале «Вопросы статистики» [8]. Эти методы являются достаточно простыми и эффективными инструментами построения весовых коэффициентов при объединении прогнозов. В то же время они имеют ряд недостатков. В настоящей работе предпринята попытка их устранения и предлагается модификация метода для практического применения.

Известно, что рассматриваемые методы Грейнджера и Раманатхана могут давать отрицательные коэффициенты при объединении прогнозов. При этом один из весовых коэффициентов будет превышать единицу. Отрицательные весовые коэффициенты могут появляться в случаях, когда один из индивидуальных прогнозов является переоцененным по точности и имеет весовой коэффициент больше единицы. Если же один из коэффициентов превышает единицу, то необходима корректировка весов для выполнения ограничения на сумму весовых коэффициентов, что достигается через отрицательные весовые коэффициенты. С практической точки зрения, использование отрицательных коэффициентов допустимо.

С теоретической же точки зрения, весовые коэффициенты не должны быть ни отрицательными, ни превышать единицу. Это связано в первую очередь с интерпретацией весового коэффициента как доли информации индивидуального прогноза в объединенном. В этой связи логично, что доля, или вклад, не могут быть отрицательными или превышать единицу. По этой причине

на весовые коэффициенты при объединении прогнозов должно накладываться ограничение на их сумму и на их неотрицательность.

В первом методе (А-метод), предложенном Грейнджером и Раманатханом, нет вообще никаких ограничений на весовые коэффициенты. Ограничение на сумму вводится уже во втором (В-метод) и третьем (С-метод) методах. В третьем методе также присутствует постоянный коэффициент. Ранее в работе [9] было показано, что постоянный коэффициент может ухудшать точность прогнозирования. По этой причине наиболее эффективным и универсальным из методов прогнозирования на основе метода наименьших квадратов (МНК), которые были предложены Грейнджером и Раманатханом, по нашему мнению, можно считать В-метод с ограничениями на сумму весовых коэффициентов, равную единице. Но в данном методе при выполнении ограничения встречаются отрицательные весовые коэффициенты. В связи с этим существует необходимость в корректировке метода с целью использования только положительных весовых коэффициентов при объединении прогнозов.

Одним из способов исключения отрицательных коэффициентов является пошаговое объединение прогнозов. Основная идея предлагаемого подхода - последовательное объединение сначала двух индивидуальных прогнозов, потом объединение полученного результата со следующим, третьим индивидуальным прогнозом и т. д. (см. рисунок).

При этом на каждом этапе последовательного объединения происходит перебор возможных комбинаций для объединения с целью найти такую комбинацию, при которой отсутствовали бы отрицательные коэффициенты. В случае, если на каком-то из шагов объединения выше первого шага нет комбинаций прогнозов с положительными весами, вместо объединения с индивидуальным прогнозом (например, прогноз 3, см. рисунок) может быть использовано объединение



Рисунок. Последовательное объединение прогнозов

с другим объединением прогнозов, полученным на предыдущем шаге.

Описание предлагаемой модификации

Вначале введем обозначения, используемые в описании модификации объединения прогнозов. Обозначим объединение (комбинацию) первого и второго индивидуальных прогнозов как $K(1;2)$. Аналогичное обозначение будет использовано и для объединения прогнозов, полученных другими методами, в том числе и при объединении более чем двух индивидуальных прогнозов - $K(1;2;3)$.

Для описания предлагаемой методики рассмотрим объединение прогнозов, разработанных на основе четырех методов прогнозирования. С увеличением числа индивидуальных прогнозов в объединении растет и вероятность появления отрицательных коэффициентов.

На первом этапе предлагаемой модифицированной методики происходит перебор всех объединений двух индивидуальных прогнозов: $K(1;2)$, $K(1;3)$, $K(1;4)$, $K(2;3)$, $K(2;4)$, $K(3;4)$ с целью поиска такой пары, при которой все коэффициенты положительны. В первую очередь стоит проверять объединение наиболее точного индивидуального прогноза с прогнозами, полученными другими методами. Если имеется несколько пар с положительными коэффициентами и, то в дальнейшем следует использовать ту из них, которая дает меньшую среднеквадратическую ошибку.

Предположим, что пара $K(1;2)$ является искомым объединением без отрицательных коэффициентов. В таком случае следует перейти ко второму этапу, на котором происходят объединения вида: $K(K(1;2);3)$ и $K(K(1;2);4)$. При этом пары, полученные на первом этапе, объединяются с оставшимися индивидуальными прогнозами. В случае если одна из таких новых пар окажется подходящей, то уже на третьем этапе результат, полученный на втором этапе, объединяется с оставшимся индивидуальным прогнозом.

На рисунке приведен стандартный пример модифицированного последовательного объединения прогнозов. Однако на практике могут встретиться случаи, когда, например, любые из пар индивидуальных прогнозов не удовлетворяют требованиям положительности весовых коэффициентов. В таком случае стоит все равно проверить объединение на втором и третьем этапах, так как на других этапах отрицательные коэффициенты могут исчезнуть.

В случае если предложенный перебор не дает необходимых результатов, уместно использовать объединение не только с другими индивидуальными прогнозами, но и с другими объединениями. Так, в рассматриваемом нами примере на третьем этапе прогнозирования можно было использовать следующее объединение: $K(K(1;2);K(3;4))$ в случае, если такое объединение является оправданным и приводит к исчезновению отрицательных коэффициентов из объединения.

Если любая рассмотренная выше комбинация не дает необходимого результата, то далее стоит рассмотреть объединение всех полученных индивидуальных прогнозов с итогами объединения на каждом этапе последовательного объединения прогнозов или же на разных шагах такого объединения. Так, можно рассмотреть объединение вида: $K(K(1;2;3);K(3;4))$ - итог объединения трех индивидуальных прогнозов с результатом объединения двух индивидуальных прогнозов.

В случае использования пяти методов объединения прогнозов методология такая же, как и при объединении четырех методов. Более пяти индивидуальных прогнозов объединять не рекомендуется, так как в этом случае суммарная ошибка прогнозирования перестает уменьшаться и/или остается примерно на том же уровне, или даже уменьшает точность прогнозирования [10, 11].

Практическое применение предлагаемой модификации

Проверим на практике эффективность предлагаемой методики модификации метода Грейнджера-Раманатхана.

Для этой цели были выбраны семь временных рядов показателей выпуска продукции в натуральном выражении (млн т):

- производство стали;
- производство кокса металлургического;
- производство целлюлозы;
- производство фанеры;
- производство цемента;
- производство сахара;
- производство крупы.

Рассматриваемые показатели были представлены годовыми данными за период с 1950 по 2017 г. Они отражают важные стороны российской экономики: внутреннее потребление предприятий и населения, а также экспорт государства.

В производстве выбранных продуктов за указанный период не наблюдалось существенных колебаний.

Индивидуальные прогнозы рассматриваемых показателей рассчитывались на основе применения следующих методов прогнозирования:

1. Метод гармонических весов (MGV - 1-й метод);
2. Метод экспоненциального сглаживания (MEKS - 2-й метод);
3. Метод экспоненциального сглаживания с трекинг-сигналом (MAEKS - 3-й метод);
4. Метод Бокса-Дженкинса (ARIMA - 4-й метод).

Практическое использование выбранных методов прогнозирования достаточно широко описано в книге [12].

На основе данных методов (1-4) были рассчитаны ретропрогнозы с 1950 по 2017 г., а также построены прогнозы на 2018-2020 гг., которые затем использовались для объединения.

Таблица 1

Весовые коэффициенты для объединения индивидуальных прогнозов выпуска продукции с использованием методов Грейнджера-Раманатхана

Наименование продукции	Метод Грейнджера-Раманатхана	MGV	MEKS	MAEKS	ARIMA
Сталь	Без модификации	1,1109	-0,0430	0,0657	-0,1336
	Модифицированный: K(K(K(1;2);4);K(K(2;3);4));3)*	0,9737	0,00003	0,0253	0,0009
Кокс металлургический	Без модификации	1,1394	0,1005	-0,1463	-0,0935
	Модифицированный: K(K(1;2;3);K(K(2;4);3))	0,9949	0,0011	0,0005	0,0035
Целлюлоза	Без модификации	1,1172	0,1489	-0,1505	-0,1156
	Модифицированный: K(K(K(1;4);K(2;4));3)	0,9996	0,000001	0,0003	0,0001
Фанера	Без модификации	1,0759	-0,0093	-0,0507	-0,0159
	Модифицированный: K(K(K(1;3);4);K(K(3;4);2))	0,9993	0,0001	0,0001	0,0006
Цемент	Без модификации	1,0801	-0,0152	0,0051	-0,0700
	Модифицированный: K(K(K(1;3);4);K(K(2;4);3))	0,9987	0,00002	0,00003	0,0012
Сахар	Без модификации	1,2410	0,1575	-0,2463	-0,1522
	Модифицированный: K(K(1;3;4);K(K(3;4);2))	0,9997	0,00001	0,00001	0,0003
Крупа	Без модификации	1,1606	-0,1803	0,0300	-0,0103
	Модифицированный: K(K(K(1;2);4);K(K(3;4);2))	0,9994	0,00001	0,0002	0,0005

* Для примера рассмотрим, как происходило объединение для временного ряда производства стали при использовании модификации метода Грейнджера-Раманатхана для пошагового объединения прогнозов. На первой итерации происходило объединение 1-го и 2-го методов - K(1;2), а также 2-го и 3-го методов - K(2;3). На второй итерации данные объединения объединялись с 4-м методом - K(K(1;2);4) и K(K(2;3);4). На третьей итерации происходило объединение результатов, полученных на второй итерации - K(K(K(1;2);4);K(K(2;3);4)). И наконец, на четвертой итерации происходило объединение результата третьей итерации с 3-м методом - K(K(K(K(1;2);4);K(K(2;3);4));3).

Результаты расчетов весовых коэффициентов представлены в таблице 1. Для сравнения в таблице 1 приводятся также значения весовых коэффициентов, полученные в результате использования объединения прогнозов методом Грейнджера-Раманатхана (В-методом).

При анализе рассчитанных весовых коэффициентов видно, что метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями на сумму весовых коэффициентов действительно дает значения весовых коэффициентов при индивидуальных прогнозах, превышающие единицу, и отрицательные весовые коэффициенты при других прогнозах, входящих в объединение. Преобразованный метод Грейнджера-Раманатхана приводит к получению только положительных весовых коэффициентов. Причем для некоторых временных рядов такие коэффициенты близки к нулю. Это связано с тем,

что метод гармонических весов сам по себе достаточно точный метод прогнозирования и объединение прогнозов может только корректировать его результаты с использованием информации из других применяемых методов прогнозирования.

Критерием проверки качества прогнозирования служит точность прогнозов. Критериями проверки точности могут быть:

- среднеквадратическое отклонение;
- средняя абсолютная ошибка;
- средняя относительная ошибка.

Наиболее приемлемой оценкой точности, с нашей точки зрения, является средняя относительная ошибка, которая не зависит от единицы измерения и масштаба признака. Результаты расчетов и сравнение точности по выбранным оценкам для рассматриваемых временных периодов выпуска продукции в натуральном выражении приведены в таблицах 2-8.

Таблица 2

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических
(производство стали)

Метод прогноза	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка (млн т)	Средняя относительная ошибка (в процентах)
МАЕКС	4,95	3,24	6,57
МЕКС	4,69	2,95	5,88
МГВ	2,57	2,53	4,54
ARIMA	3,90	2,43	4,64
Метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями	0,69	0,43	0,70
Модифицированный метод Грейнджера-Раманатхана	0,70	0,44	0,75

Таблица 3

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических
(производство кокса металлургического)

Метод прогноза	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка (млн т)	Средняя относительная ошибка (в процентах)
МАЕКС	2,05	1,38	5,38
МЕКС	2,00	1,27	4,93
МГВ	1,98	1,12	3,10
ARIMA	1,55	1,21	3,78
Метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями	0,32	0,22	0,80
Модифицированный метод Грейнджера-Раманатхана	0,33	0,22	0,83

Таблица 4

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических
(производство целлюлозы)

Метод прогноза	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка (млн т)	Средняя относительная ошибка (в процентах)
MAEKS	0,50	0,32	7,45
MEKS	0,51	0,32	7,16
MGV	0,32	0,25	2,31
ARIMA	0,45	0,26	5,17
Метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями	0,09	0,05	1,30
Модифицированный метод Грейнджера-Раманатхана	0,09	0,05	1,16

Таблица 5

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических
(производство фанеры)

Метод прогноза	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка (млн т)	Средняя относительная ошибка (в процентах)
MAEKS	0,16	0,09	5,14
MEKS	0,14	0,09	5,54
MGV	0,10	0,07	2,98
ARIMA	0,13	0,08	4,72
Метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями	0,02	0,01	0,89
Модифицированный метод Грейнджера-Раманатхана	0,02	0,01	0,89

Таблица 6

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических
(производство цемента)

Метод прогноза	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка (млн т)	Средняя относительная ошибка (в процентах)
MAEKS	5,99	4,29	13,42
MEKS	4,76	2,96	6,64
MGV	4,05	2,46	3,93
ARIMA	3,30	2,41	5,05
Метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями	0,55	0,38	0,90
Модифицированный метод Грейнджера-Раманатхана	0,75	0,37	0,87

Таблица 7

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических
(производство сахара)

Метод прогноза	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка (млн т)	Средняя относительная ошибка (в процентах)
MAEKS	0,74	0,51	14,56
MEKS	0,70	0,49	13,84
MGV	0,36	0,12	3,53
ARIMA	0,51	0,37	12,11
Метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями	0,13	0,10	3,13
Модифицированный метод Грейнджера-Раманатхана	0,14	0,10	3,01

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических
(производство крупы)

Метод прогноза	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка (млн т)	Средняя относительная ошибка (в процентах)
МАЕКС	0,22	0,13	9,23
МЕКС	0,21	0,13	9,19
МГВ	0,01	0,09	2,70
ARIMA	0,19	0,12	8,20
Метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями	0,05	0,04	2,42
Модифицированный метод Грейнджера-Раманатхана	0,05	0,04	2,42

При анализе данных таблиц 2-8 видно, что рассмотренные методы объединения прогнозов дают результаты, которые намного точнее, чем прогнозы, полученные на основе использования отдельных методов прогнозирования. Точность объединения прогнозов остается выше, даже если учесть, что метод гармонических весов имеет достаточно высокую точность прогнозирования и является наиболее точным среди используемых индивидуальных методов.

В случае сравнения методов объединения прогнозов точнее оказался второй метод Грейнджера-Раманатхана без модификации. Однако предложенная модификация в целом не сильно ухудшает точность прогнозирования, а в некоторых случаях ее точность совпадает с точностью немодифицированного метода Грейнджера-Раманатхана.

Для иллюстрации результатов прогнозирования сравним прогнозные значения с фактическими данными в 2017 г. (см. таблицу 9).

Таблица 9

Фактические и прогнозные данные о выпуске продуктов, полученные разными методами объединения прогнозов в 2017 г.
(млн т)

Наименование продукции	Фактические данные		Прогноз на 2017					
			Метод Грейнджера-Раманатхана		МАЕКС	МЕКС	МГВ	ARIMA
	2016	2017	без модификации	модифицированный				
Сталь	69,40	54,50	56,05	56,05	59,90	59,74	56,97	59,34
Кокс металлургический	26,30	28,0	27,97	27,97	26,33	26,10	27,77	26,09
Целлюлоза	8,20	8,59	8,59	8,55	8,42	8,38	8,58	8,43
Фанеры	3,76	3,73	3,74	3,74	3,89	3,92	3,77	3,85
Цемент	55,00	54,70	53,69	53,94	55,44	58,49	54,57	52,36
Сахар	6,02	6,69	6,68	6,71	6,26	6,08	6,63	6,30
Крупа	1,48	1,47	1,47	1,47	1,52	1,52	1,44	1,45

Анализ результатов прогнозирования показывает, что модифицированный метод Грейнджера-Раманатхана дает результаты, достаточно близкие к результатам этого же метода без модификации.

Ниже представлены прогнозы по модифицированному методу Грейнджера-Раманатхана рассматриваемых показателей на 2018-2020 гг. (см. таблицу 10).

Прогнозные данные о выпуске продуктов, полученные на основе модифицированного метода Грейнджера-Раманатхана
(млн т)

Наименование продукции	2018	2019	2020
Сталь	56,68	56,27	55,82
Кокс металлургический	27,65	27,48	27,31
Целлюлоза	8,71	8,84	8,97
Фанера	3,83	3,92	4,00
Цемент	53,58	53,73	53,90
Сахар	6,71	6,81	6,89
Крупа	1,71	1,72	1,70

* *
*

В заключение можно сделать следующие выводы. Методология объединения прогнозов позволяет улучшить точность прогнозирования, в том числе и в случаях, когда один из используемых методов прогнозирования дает достаточно точные результаты.

Метод Грейнджера-Раманатхана с ограничениями на сумму весовых коэффициентов, равную единице, является одним из наиболее точных методов объединения прогнозов и превосходит по результатам другие методы объединения, но от-

рицательные весовые коэффициенты затрудняют интерпретацию его результатов в экономическом прогнозировании.

Предлагаемая модификация метода (В-метода) Грейнджера-Раманатхана с использованием последовательного прогнозирования может незначительно снизить точность прогнозирования, но не слишком существенно. Однако при этом предлагаемая модификация избавляет рассматриваемый метод от отрицательных коэффициентов и является более предпочтительным вариантом для практического использования в экономической практике.

Литература

1. Френкель А.А. и др. Объединение прогнозов как фактор повышения качества прогнозирования // Экономика и предпринимательство. 2016. Т. 10. № 11. Ч. 2. С. 1118-1126.
2. Bates J.M., Granger C.W.J. The Combination of Forecasts // Operational Research Quarterly. 1969. Vol. 20. No. 4. P. 451-468.
3. Newbold P., Granger C.W.J. Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts // Journal of the Royal Statistical Society. Series A. 1974. Vol. 137. P. 131-164.
4. Granger C.W.J., Ramanathan R. Improved Methods of Combining Forecasts // Journal of Forecasting. 1984. Vol. 3. Iss. 2. P. 197-204.
5. Holden K., Peel D.A. An Empirical Investigation of Combinations of Economic Forecasts // Journal of Forecasting. 1986. Vol. 5. Iss. 4. P. 229-242.

6. Trenkler G., Liski E.P. Linear Constraints and the Efficiency of Combined Forecasts // Journal of Forecasting. 1986. Vol. 5. Iss. 3. P. 197-202.

7. Stock J.H., Watson M.W. Combination Forecasts of Output Growth in a Seven-Country Data Set // Journal of Forecasting. 2004. Vol. 23. Iss. 6. P. 405-430.

8. Френкель А.А., Волкова Н.Н., Сурков А.А., Романюк Э.И. Сравнительный анализ методов построения объединенного прогноза // Вопросы статистики. 2017. № 7. С. 17-27.

9. Clemen R.T. Linear Constraints and the Efficiency of Combined Forecasts // Journal of Forecasting. 1986. Vol. 5. P. 31-38.

10. Makridakis S., Winkler R.L. Averages of Forecasts: Some Empirical Results // Management of Science. 1983. Vol. 29. No. 9. P. 987-996.

11. Matsyura D., Thompson R., Vasnev A. Optimal Selection of Expert Forecasts with Integer Programming // Omega. 2018. Vol. 78. P. 165-175.

12. Френкель А.А. Прогнозирование производительности труда: методы и модели. 2-е изд., доп. и перер. М.: Экономика, 2007. 221 с.

Информация об авторах

Френкель Александр Адольфович - д-р экон. наук, профессор, главный научный сотрудник, Институт экономики РАН. 117218, г. Москва, Нахимовский просп., д. 32. E-mail: ie_901@inecon.ru.

Волкова Наталья Николаевна - канд. экон. наук, ведущий научный сотрудник, Институт экономики РАН. 117218, г. Москва, Нахимовский просп., д. 32. E-mail: lituk.n.@gmail.com.

Сурков Антон Александрович - младший научный сотрудник, Институт экономики РАН. 117218, г. Москва, Нахимовский просп., д. 32. E-mail: ie_901@inecon.ru.

Романюк Эвелина Игоревна - научный сотрудник, Институт экономики РАН. 117218, г. Москва, Нахимовский просп., д. 32. E-mail: Romvel57@yandex.ru.

Финансирование

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, № проекта 16-06-00183.

References

1. **Frenkel A.A.**, et al. Combining Forecasts as a Factor in Improving Forecasting Quality. *Journal of Economy and Entrepreneurship*. 2016;10(11-2):1118-1126. (In Russ.)
2. **Bates J.M., Granger C.W.J.** The Combination of Forecasts. *Operational Research Quarterly*. 1969;20(4):451-468.
3. **Newbold P., Granger C.W.J.** Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts. *Journal of the Royal Statistical Society. Series A*. 1974;(137):131-164.
4. **Granger C.W.J., Ramanathan R.** Improved Methods of Combining Forecasts. *Journal of Forecasting*. 1984;3(2):197-204.
5. **Holden K., Peel D.A.** An Empirical Investigation of Combinations of Economic Forecasts. *Journal of Forecasting*. 1986;5(4):229-242.
6. **Trenkler G., Liski E.P.** Linear Constraints and the Efficiency of Combined Forecasts. *Journal of Forecasting*. 1986;5(3):197-202.
7. **Stock J.H., Watson M.W.** Combination Forecasts of Output Growth in a Seven-Country Data Set // *Journal of Forecasting*. 2004;23(6):405-430.
8. **Frenkel A.A., Volkova N.N., Surkov A.A., Romanyuk Je.I.** Comparative Analysis of Methods for Constructing a Combined Forecast. *Voprosy statistiki*. 2017;(7):17-27. (In Russ.)
9. **Clemen R.T.** Linear Constraints and the Efficiency of Combined Forecasts *Journal of Forecasting*. 1986;5(1):31-38.
10. **Makridakis S., Winkler R.L.** Averages of Forecasts: Some Empirical Results. *Management of Science*. 1983;29(9):987-996.
11. **Matsypura D., Thompson R., Vasnev A.** Optimal Selection of Expert Forecasts with Integer Programming. *Omega*. 2018;(78):165-175.
12. **Frenkel A.A.** Forecasting Labor Productivity: Methods and Models. Moscow: *Ekonomika Publ.*; 2007. 221 p. (In Russ.)

About the authors

Alexander A. Frenkel - Dr. Sci. (Econ.), Prof., Chief Researcher, Institute of Economics, RAS. 32, Nakhimovsky Av., Moscow, 117218, Russia. E-mail: ie_901@inecon.ru.

Natalia N. Volkova - Cand. Sci. (Econ.), Leading Researcher, Institute of Economics, RAS. 32, Nakhimovsky Av., Moscow, 117218, Russia. E-mail: lituk.n.@gmail.com.

Anton A. Surkov - Junior Researcher, Institute of Economics, RAS. 32, Nakhimovsky Av., Moscow, 117218, Russia. E-mail: ie_901@inecon.ru.

Evelina I. Romanyuk - Researcher, Institute of Economics, RAS. 32, Nakhimovsky Av., Moscow, 117218, Russia. E-mail: Romvel57@yandex.ru.

Funding

This study was supported by the RFBR, Project No. 16-06-00183.