Развитие методов исследования статистических зависимостей: регрессионные модели с переменными структурными параметрами

Николай Владимирович Суворов
Институт народнохозяйственного прогнозирования Российской академии наук, г. Москва, Россия

В статье описаны методы верификации статистической модели, которая, во-первых, представлена временными рядами исходных данных и, во-вторых, является линейной по оцениваемым параметрам.

Традиционно применение эконометрических методов базируется на представлении изучаемого процесса в виде линейной регрессионной модели. При этом автор исходит из того, что в случае, когда наборы объясняемой и объясняющих переменных представлены временными рядами, стандартная регрессионная модель позволяет получить лишь оценки структурных параметров, усредненные по временному интервалу наблюдаемых переменных модели.

Естественное обобщение классической регрессионной модели (представляющее широкий класс практически важных численных задач как в области экономико-статистических исследований, так и в технической и прочих областях) - модель, в которой структурные параметры, подлежащие оцениванию на эмпирических данных, являются переменными во времени. В статье обосновываются методы оценивания структурных параметров различных типов статистических моделей, применительно к которым проблема оценки динамики этих параметров представляется актуальной.

Ключевые слова: эконометрическая модель, временной ряд, регрессия с переменными параметрами, метод регуляризации, декомпозиция временного ряда.
JEL: C01, C51.

Для цитирования: Суворов Н.В. Развитие методов исследования статистических зависимостей: регрессионные модели с переменными структурными параметрами. Вопросы статистики. 2018;25(6):3-15.

Development of Research Methods for Statistical Dependences: Regression Models with Variable Structural Parameters

Nikolay V. Suvorov
Institute for Economic Forecasting of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

The article describes methods for verification of a statistical model, which, firstly, is represented by time series of initial data and, secondly, is linear in the parameters being estimated.

Traditionally, the use of econometric methods is based on the representation of the process under study in the form of a linear regression model. In this case, if the sets of explanatory and explained variables are represented by time series, the standard regression model allows obtaining only estimates of the structural parameters averaged over the time interval of the observed model variables.

A natural generalization of the classical regression model (representing a wide class of practically important numerical problems both in the field of economic and statistical research, and in technical and other fields) is a model in which the structural parameters to be estimated on empirical data are variable in time. The article substantiates the methods of estimating the structural parameters of various types of statistical models, with reference to which the problem of estimating the dynamics of these parameters is relevant.

Keywords: econometric model, time series, regression with variable parameters, regularization method, decomposition of time series.
JEL: C01, C51.

For citation: Suvorov N.V. Development of Research Methods for Statistical Dependences: Regression Models with Variable Structural Parameters. *Voprosy statistiki*. 2018;25(6):3-15. (In Russ)

Введение

Количественное исследование экономических процессов с применением регрессионного метода в подавляющем большинстве случаев основывается на использовании статистической модели, линейной по оцениваемым параметрам. Далее мы будем исходить из предпосылки, что исследуемый процесс (или объект), для которого строится количественное описание, представлен временными рядами исходных данных. Тогда соответствующая регрессионная модель задается соотношениями

$$y = Xa + \varepsilon,$$
$$X = \begin{bmatrix} x_{11} \dots x_{1m} \\ \\ x_{T1} \dots x_{Tm} \end{bmatrix}, \ y' = (y_1, \dots, y_T),$$
$$a' = (a_1, \dots a_m), \ \varepsilon' = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_T), \quad (1)$$

где m - число оцениваемых структурных параметров; T - число наблюдений (длина временных рядов переменных); y - вектор значений зависимой переменной; X - матрица наблюдений объясняющих переменных; a - вектор структурных параметров; ε - вектор случайных отклонений, которые, по предположению, обладают нулевым математическим ожиданием ($M(\varepsilon) = 0$) и фиксированной дисперсией ($M(\varepsilon\varepsilon') = \sigma_\varepsilon^2 E$, где E - единичная матрица, $\sigma_\varepsilon^2 = \text{const}$); «′» - символ транспонирования.

При соблюдении указанных предположений о характере стохастической компоненты модели (1) искомый вектор структурных параметров находится по методу наименьших квадратов (МНК):

$$a = (X'X)^{-1} X'y. \quad (2)$$

Как известно, условие существования решения уравнения (2) - обратимость матрицы $(X'X)$. Последнее, в свою очередь, означает, что, во-первых, число наблюдений должно быть не меньше числа оцениваемых параметров и, во-вторых, столбцы матрицы X должны быть линейно независимы.

В модели (1) структурные параметры предполагаются постоянными и отражают степень влияния каждого из факторов, включенных в модель, в среднем за период $1,\dots,T$. Обобщение модели (1), представляющее широкий класс практически важных численных задач как в области экономико-статистических исследований, так и в технической и прочих областях, - модель

$$y_t = \sum_i x_{ti} a_{ti} + \varepsilon_t = x_t a_t + \varepsilon_t, \quad (3)$$

где $x_t = (x_{t1,\dots,} x_{tm})$ - вектор объясняющих переменных в момент времени t; $\{a_{it}\}$ - суть переменные во времени величины.

Качественное различие моделей (1) и (3) заключается в том, что условия существования оценок МНК, определенные для модели (1), заведомо не выполняются для модели (3): на каждое наблюдение в модели (3) приходится m оцениваемых структурных параметров. Это означает, что соотношения, входящие в модель (3), должны быть дополнены набором условий, формализованных таким образом, чтобы обеспечить однозначное определение векторов структурных параметров $\{a_t\}$.

Метод динамизации структурных параметров классической регрессионной модели, заданной соотношениями типа (1)

Будем исходить из предположения, что имеющиеся эмпирические данные обеспечивают получение оценок структурных параметров модели (1) на основе МНК, причем эти оценки являются приемлемыми как с точки зрения содержания моделируемого процесса, так и математико-статистических критериев.

В нашей работе [1] обоснован подход к оценке модели с переменными во времени структурными параметрами вида (3), базирующийся на дополнении этой модели ограничениями специального вида, что приводит к следующей постановке задачи оценивания:

$$y_t = x_t a_t + \varepsilon_t, \quad (4)$$
$$a_{it} - a_{it-1} = \delta_{it} \quad (5)$$
$$(i = 1,\dots,m;\ t = 1,\dots,T).$$

Относительно остатков ε_t и δ_{it} в (4) - (5) в соответствии с [1] будем считать справедливыми гипотезы, принимаемые для традиционных регрессионных моделей: математические ожидания величин ε_t и δ_{it} равны нулю, а их дисперсии являются фиксированными и неизвестными априори величинами (последние должны быть определены по результатам верификации оцениваемой модели).

Нахождение оценок структурных параметров модели, заданной соотношениями типа (4) - (5), требует использования обобщенного метода наименьших квадратов (или аналогичных методов), поскольку минимизируемый функционал, на основе которого определяются $\{a_{it}\}$, имеет вид:

$$\sum_{t=1}^{T}(y_t - x_t a_t)'(y_t - x_t a_t) + \sum_{t=2}^{T}(a_t - a_{t-1})'D(a_t - a_{t-1}), \quad (6)$$

где D - диагональная матрица с элементами $\gamma_1^2,...,\gamma_m^2$ на главной диагонали, которые определяются как соотношения дисперсий стохастических величин $\{\varepsilon_t\}$ и $\{\delta_{it}\}$:

$$\gamma_i^2 = \sigma_\varepsilon^2/\sigma_{\delta i}^2, \; i = 1,...,m.$$

Очевидно, что результат оценивания модели (6) существенным образом зависит от выбора значений $\gamma_1,...,\gamma_m$. В нашей работе [1] предложен и реализован в практике эконометрических расчетов следующий метод: коэффициенты $\gamma_1,...,\gamma_m$ подбираются таким образом, чтобы обеспечить совпадение значений оценок дисперсий параметров $\{a_i\}$, получаемых в результате оценивания регрессионной модели (1), и эмпирических значений дисперсий s^2_{ai} оценок параметров модели (4) - (5), получаемых на основе минимизации (6). Последние задаются в виде:

$$s^2_{ai} = \frac{1}{T-1}\sum_t (a_{ti} - a^c{}_i)^2, \quad (7)$$

где для каждой i-й объясняющей переменной a^c_i - средняя арифметическая соответствующего временного ряда.

Описанный вариант метода идентификации модели, заданной соотношениями (4) - (5), был апробирован на различных типах эконометрических моделей (один из примеров приведен в [1]), применительно к которым сходимость итерационной процедуры, обеспечивающей совпадение значений s^2_{ai} и σ_{ai}^2, не вызывала сомнений.

Необходимо отметить, что данный метод базируется на принципах, аналогичных тем, которые были разработаны для решения так называемых некорректно поставленных задач (наиболее известным в данной области является метод регуляризации Тихонова [2]).

Вместе с тем использование описанного выше варианта метода оценивания модели типа (4) - (5) в практике эконометрических расчетов выявило, что его (метода) реализация невозможна для произвольного сочетания уровней и стандартных ошибок параметров модели (1), даже если результаты оценивания указанной модели выглядят удовлетворительными с точки зрения математико-статистических критериев. Сходимость описанного выше метода может не достигаться также при наложении дополнительных условий на модель (4) - (5). Таким дополнительным ограничением, как мы указывали в [1], может быть, в частности, требование равенства оценок $\{a_i\}$ структурных параметров модели (1) средним значениям соответствующих временных рядов структурных параметров модели (4) - (5), то есть значениям $\{a^c_i\}$ из (7).

Можно также указать на метод идентификации эконометрических моделей, который не позволяет определить стандартные ошибки структурных параметров (а в более широком смысле - вероятностные характеристики этих параметров), несмотря на то, что сами искомые параметры, усредненные по массиву исходных статистических данных, могут быть оценены на основе обработки временных рядов этих данных. Это разработанный нами альтернативный метод линейной регрессии (АМЛР) [3]. Соответственно, нахождение динамических рядов структурных параметров для моделей, оцениваемых при помощи АМЛР, не может быть осуществлено на основе варианта метода, применяемого для динамизации параметров регрессионной модели в классической постановке.

Наконец, исходя из нашего опыта эконометрических расчетов, связанных с идентификацией параметров балансовых моделей[1], можно выделить специальный класс задач, которые, во-первых, формализуются в виде модели типа (4) - (5) и, во-вторых, априори предполагают, что зависимая переменная данной модели должна быть аппроксимирована практически со 100%-й точностью. К данному классу задач мы относим задачи определения при помощи эконометрических методов параметров, обеспечивающих описание процессов вовлечения в экономический оборот ресурсов металла, химических продуктов,

[1] В наиболее общем виде правомерно говорить о двух типах моделей, находящих применение в макроэкономическом анализе. Во-первых, это балансовые модели, описывающие процессы формирования и использования различных видов производственных ресурсов в натуральном или условно-натуральном выражении, а также балансы межотраслевых связей в стоимостном выражении. Во-вторых, это факторные модели, описывающие взаимосвязи темпов и факторов экономического роста (производственные функции), взаимосвязи масштабов потребления различных видов благ и услуг с уровнем доходов отдельных групп населения (функции потребительского спроса), взаимосвязи масштабов и факторов формирования показателей внешнеторгового оборота, взаимосвязи показателей материально-вещественной и финансовой структуры национальной экономики и т. д. [4, 5].

продуктов деревообработки, топливных ресурсов и т. п., а также параметров (коэффициентов прямых затрат) таблиц межотраслевых связей.

Специфика математической формализации моделей балансового типа и метода идентификации их параметров

Балансовая информация, описывающая процесс оборота материальных ресурсов, в настоящее время ограничена в основном данными о внутреннем производстве, экспорте, импорте. Данные о масштабах использования производственных ресурсов в отдельных сферах и видах деятельности отечественной экономики являются фрагментарными и не обеспечивают построения динамических рядов металло-, химико-, топливоемкости (и т. д.) выпуска в сколько-нибудь дробной отраслевой (или в разрезе видов деятельности[2]) номенклатуре.

Недостаток первичной статистической информации может быть (по крайней мере, частично) компенсирован посредством разработки системы аналитических расчетов (включая необходимый математический инструментарий), обеспечивающей генерирование переменных во времени ретроспективных коэффициентов удельной ресурсоемкости, согласованных как с отчетной динамикой производства отраслей - потребителей материальных ресурсов, так и с общими (по экономике в целом) масштабами использования того или иного вида материальных ресурсов.

Логическая структура задач данного типа является следующей [4-6]. Во-первых, известны балансовые показатели (внутреннее производство, экспорт, импорт, потребление домашними хозяйствами), определяющие общие масштабы использования того или иного вида материальных ресурсов по годам ретроспективного периода. Во-вторых, известны удельные коэффициенты ресурсоемкости за базовый (начальный) год ретроспективного периода. В-третьих, известна погодовая динамика выпуска отдельных отраслей экономики за ретроспективный период. Для каждого года ретроспективного периода требуется определить значения коэффициентов ресурсоемкости, обеспечивающие согласование информации о выпуске отдельных отраслей - потребителей материальных ресурсов, с одной стороны, и сводных балансовых оценок производственного потребления данного вида материальных ресурсов - с другой.

В математическом виде указанная задача представима системой линейных уравнений, в которой число искомых переменных, подлежащих определению (применительно к балансам материальных ресурсов это наборы погодовых значений коэффициентов ресурсоемкости), заведомо превышает число уравнений (то есть балансовых тождеств за каждый год ретроспективного периода). Чтобы получить однозначное решение такой системы уравнений, необходимо ввести в рассмотрение некоторые дополнительные соотношения, которые в совокупности с набором первоначальных балансовых тождеств образуют модифицированную систему уравнений, имеющую, по определению, единственное решение. Такими дополнительными соотношениями как раз и выступают ограничения на динамику первых разностей погодовых значений искомых параметров ресурсоемкости, то есть общий вид задачи оценивания описанной балансовой модели тождествен модели, задаваемой соотношениями (7) - (8).

Практическое использование вычислительных методов, аналогичных методу регуляризации Тихонова, предполагает задание одного или нескольких параметров (так называемых параметров регуляризации, в качестве которых в описанной выше модели выступают параметры $\gamma_1,...,\gamma_m$), обеспечивающих получение решения искомой задачи [2].

Реализованный нами в практике эконометрических расчетов метод задания параметров регуляризации применительно к балансовым моделям сводится к следующему (см. [4-6]).

Пусть исходное балансовое тождество представлено в виде:

$$Y_t = \sum_i a_{it} X_{it}, \tag{8}$$

где Y_t - общий объем использования в экономике какого-либо вида материальных ресурсов; X_{it} - выпуск i-го вида экономической деятельности; $\{a_{it}\}$ - искомые коэффициенты ресурсоемкости, $i = 1,...,n$, где n - число видов деятельности, включенных в балансовую таблицу. Длительность периода времени, для которого должны быть определены коэффициенты $\{a_{it}\}$, предполагается равной T, то есть $t = 1,...,T$.

[2] В дальнейшем изложении термины «отрасль» и «вид экономической деятельности» употребляются как синонимы.

Преобразуем (8) к виду

$$Y_t = \sum_i \varphi_{it} a_{i\theta} X_{it}, \qquad (9)$$

где $a_{i\theta}$ - известные коэффициенты ресурсоемкости, относящиеся к году θ ($1 \leqslant \theta \leqslant T$); $\{\varphi_{it}\}$ - совокупность поправочных коэффициентов, обеспечивающих пересчет известных коэффициентов ресурсоемкости года θ в текущие коэффициенты $\{a_{it}\}$. При этом искомые коэффициенты $\{\varphi_{it}\}$ модели (9) - относительные величины, не зависящие от различий в уровнях исходных коэффициентов ресурсоемкости.

Дополнение соотношений (9) для каждого момента времени t стохастической компонентой ε_t, а также ограничениями на разности искомых параметров $\{\varphi_{it}\}$, аналогично модели (4) - (5), и условием, что в момент времени θ коэффициенты $\{\varphi_{it}\}$ принимают единичное значение, приводит к следующей задаче определения $\{\varphi_{it}\}$:

$$Y_t = \sum_i \varphi_{it} a_{i\theta} X_{it} + \varepsilon_t, \qquad (10)$$

$$\varphi_{it} - \varphi_{it-1} = \delta_i, \qquad (11)$$

$$\sum_t \varepsilon_t^2 + \gamma \sum_i \sum_t (\delta_{it})^2, \qquad (12)$$

$$i = 1,\ldots,n.$$

Как и ранее, будем предполагать, что остаточные величины $\{\varepsilon_t\}$ и $\{\delta_{it}\}$ обладают нулевым математическим ожиданием и фиксированными дисперсиями. В силу того, что коэффициенты $\{\varphi_{it}\}$ имеют одинаковую размерность, правомерно предполагать, что дисперсии остаточных величин $\{\delta_{it}\}$ для различных i совпадают.

Тогда решение рассматриваемой задачи может быть получено на основе минимизации взвешенной суммы квадратов

$$\sum_t \varepsilon_t^2 + \gamma \sum_i \sum_t (\delta_{it})^2, \qquad (13)$$

при условии (12).

Таким образом, нахождение решения данной задачи (если пользоваться терминологией теории решения некорректных задач) предполагает формулировку правила определения единственного параметра регуляризации γ (задающего в данном случае соотношение дисперсий остатков $\{\varepsilon_t\}$ и $\{\delta_{it}\}$).

Наш опыт численного исследования задач данного типа (связанных с анализом реальной статистической информации) позволяет сделать следующий вывод. Решение задачи, заданной соотношениями (10) - (12), на основе минимизации выражения (13) обладает следующим важнейшим свойством.

Существует пороговое значение параметра регуляризации γ^*, начиная с которого при последовательном уменьшении значений γ, во-первых, значения коэффициентов $\{\varphi_{it}\}$ остаются практически неизменными; во-вторых, для $\gamma < \gamma^*$ балансовые соотношения типа (10) для каждого момента времени t выполняются практически точно[3].

Значения искомых коэффициентов $\{\varphi_{it}\}$, соответствующие значениям параметра регуляризации $\gamma < \gamma^*$, принимаются в качестве решения задачи минимизации (13).

В практике расчетов нахождение параметров модели (10) - (12) осуществляется следующим образом. Минимизация суммы квадратов (13) при условии (12) и, соответственно, расчет векторов коэффициентов $\{\varphi_{it}\}$ производятся для последовательно уменьшающихся значений γ; оценки коэффициентов $\{\varphi_{it}\}$ при различных вариантах γ сравниваются между собой, что и позволяет установить пороговое значение параметра регуляризации γ^*, начиная с которого коэффициенты $\{\varphi_{it}\}$ остаются стабильными.

В силу того, что параметр γ является относительной величиной, соизмеряющей квадраты остаточных величин из соотношений (10) и (11) [см. (13)], верхний предел значений параметра регуляризации, соответствующих стабильности $\{\varphi_{it}\}$, в общем случае зависит от выбора масштаба величин зависимой и объясняющих переменных, входящих в (10). Можно также говорить о существовании нижней границы значений параметра регуляризации, соответствующего стабильности $\{\varphi_{it}\}$. Эта граница обусловлена исключительно потерей точности вычислений в процессе определения $\{\varphi_{it}\}$: нулевое значение γ по очевидным соображениям делает задачу определения параметров модели (10) - (12) неразрешимой, а уменьшение γ ниже некоторого предела (который, вообще говоря, определяется используемым вычислительным методом) оказывается практически тождественным случаю $\gamma = 0$.

Необходимо специально отметить, что значения параметра регуляризации, соответствующие

[3] Понятия «практически неизменны» и «практически точно» применительно к данному утверждению означают, что и различия искомых значений $\{\varphi_{it}\}$, и расхождение эмпирических и фактических значений $\{Yt\}$ из выражения (10) для различных значений γ исчисляются сотыми долями процента.

стабильности искомых параметров $\{\varphi_{it}\}$, охватывают область, в которой значения γ могут различаться в 1000 и более раз. В практическом плане именно это свойство решения задачи, заданной соотношениями (10) - (12), а искомые параметры которой определяются на основе минимизации (13), и является определяющим для вывода, какой набор значений $\{\varphi_{it}\}$ должен быть принят в качестве решения.

Условие (12) принципиально важно для оценивания моделей балансового типа. Предварительное задание значений искомых параметров для одной из точек временного интервала, на котором осуществляется идентификация модели (10) - (12), как раз и делает возможным ее верификацию. Описанный же ранее первоначальный вариант задачи оценивания регрессионной модели с переменными во времени структурными параметрами в принципе может и не требовать задания в явном виде средних значений искомых параметров.

Вариант ограничений на значения структурных параметров моделей балансового типа в виде (12) не является единственно возможным. Применительно к задачам, которые мы исследовали, в ряде случаев практически важным оказывается требование, чтобы средние за период оценивания значения искомых коэффициентов модели, заданные соотношениями (10) - (11), были равны предварительно определенным величинам φ_j^c, или

$$\varphi_i^c = \frac{1}{T}\varphi_{it}, \quad i = 1,...,n. \tag{14}$$

Методы определения $\{\varphi_i^c\}$ могут различаться в зависимости от специфики той предметной области, для которой строится эконометрическая модель (см., в частности, [6]).

Кроме того, точные равенства типа (12) или (14) могут быть заменены ограничениями, предполагающими лишь приближенное выполнение соотношений (12) или (14):

$$\varphi_{i\theta} = 1 + \delta_{i\theta}, \tag{15}$$

или

$$\varphi_i^c = \frac{1}{T}\sum_t \varphi_{it} + \delta_i^c. \tag{16}$$

Предположения о свойствах остаточных величин $\{\delta_{i\theta}\}$ и $\{\varphi_i^c\}$ могут быть приняты аналогичными свойствам $\{\delta_{it}\}$ из (11).

Конкретные примеры использования описанного выше метода для идентификации параметров балансовых моделей приведены в [5 и 6].

Факторные модели, для которых невозможно определение вероятностных характеристик структурных параметров, и метод построения динамических рядов структурных параметров для таких моделей

Построение динамических рядов структурных параметров как факторных, так и балансовых моделей предполагает в качестве первого шага численное определение структурных параметров модели применительно к какому-либо моменту времени анализируемого временного интервала, либо определение средних за период значений искомых параметров. Как мы отмечали (см. [3, 4]), опыт статистических расчетов на реальных эмпирических данных свидетельствует о том, что наиболее известные и традиционно применяемые в практике эконометрического моделирования математико-статистические методы (метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия и близкие к ним методы) очень часто не позволяют обеспечить успешную верификацию теоретически требуемых форм факторных моделей на данных отечественной экономической статистики; равным образом указанные методы не обеспечивают получение экономически интерпретируемых параметров моделей балансового типа (в случаях, когда информация об указанных параметрах оказывается необходимой). Метод идентификации усредненных структурных параметров эконометрической модели типа (1), альтернативный методам наименьших квадратов, максимального правдоподобия или их модификациям, изложенный в [3], обеспечивает решение задачи оценивания эконометрических моделей с учетом априорных требований к форме и знакам искомых структурных параметров. Вместе с тем данный метод, как было упомянуто выше, не позволяет определить вероятностные характеристики параметров оцениваемой эконометрической модели. Указанное обстоятельство обусловило необходимость разработки специальной модификации метода динамизации структурных параметров эконометрической модели, отличного как от первоначального варианта метода оценивания параметров факторных моделей, так и от метода оценивания динамики параметров балансовых моделей, рассматривавшегося выше.

Как показано в [3], использование АМЛР для оценивания статистической модели (линейной по искомым структурным параметрам), аналогичной (1), позволяет определить структурные параметры $\{a_i\}$, а также временную функцию-остаток f_t:

$$y_t = \sum_i x_{ti} a_i + f_t. \qquad (17)$$

При этом параметры $\{a_i\}$ характеризуют воздействие на зависимую переменную объясняющих переменных $\{x_{ti}\}$ в среднем по временному интервалу, на котором идентифицируется модель. Функция f_t отражает влияние на зависимую переменную совокупности факторов, явным образом не идентифицируемых в модели (17), в том числе и несистематических (случайных) факторов, которые в классической регрессионной модели (1) представлены в виде $\{\varepsilon_t\}$.

Таким образом, решение проблемы динамизации структурных параметров модели тапа (17) связано с нахождением метода декомпозиции функции f_t на составляющие, одна из которых может быть «вменена» эффекту динамики структурных параметров $\{a_j\}$, а другая - эффекту динамики неидентифицированных факторов модели (17) (в классической регрессионной модели (1) это воздействие отражается единичной переменной), включая и случайную компоненту.

Соответственно, модель с переменными во времени структурными параметрами, корреспондирующая (17), имеет вид

$$y_t = \sum_i x_{ti} a_{it} + a_{0t} + \varepsilon_t, \qquad (18)$$

где a_{0t} - переменный во времени структурный параметр при единичной переменной (динамика данного параметра как раз и отражает воздействие на объясняющую переменную неидентифицированных факторов); остальные переменные определены ранее.

Метод оценивания параметров модели (18), реализованный нами, заключается в следующем.

Из временной функции f_t, полученной в результате идентификации модели (17), выделяется составляющая, которая обладает свойствами, аналогичными свойствам стохастической компоненты из модели (1) [3]. В результате значения $\{f_t\}$ оказываются представимы в виде

$$f_t = q_t + \varepsilon_t, \qquad (19)$$

где временной ряд $\{\varepsilon_t\}$, во-первых, имеет среднее значение, равное нулю, и, во-вторых, не коррелирован с временным рядом $\{q_t\}$.

Соответственно, функция ε_t рассматривается как стохастическая, а функция q_t - как регулярная (систематическая) компонента исходной функции f_t.

Тогда (19) преобразуется к виду

$$y_t^r = y_t - \varepsilon_t = \sum_i x_{ti} a_{it} + a_{0t}, \qquad (20)$$

где y_t^r - значения объясняющей переменной, скорректированные на значения случайной компоненты.

При этом задача нахождения структурных параметров модели (20) должна быть решена таким образом, чтобы, во-первых, средние значения структурных параметров $\{a_{it}\}$ совпадали со значениями $\{a_i\}$ из (17):

$$a_i = \frac{1}{T} \sum_t a_{it}, \;\; i = 1, \ldots, m. \qquad (21)$$

Во-вторых, среднее значение q^c временной функции q_t из (19) должно равняться средней из структурных параметров при единичной переменной:

$$q^c = \frac{1}{T} \sum_t a_{0t}. \qquad (22)$$

В-третьих, искомые параметры $\{a_{it}\}$ ($i = 0,\ldots,m$) должны обеспечивать точное выполнение соотношений типа (20) для каждого момента времени t.

Тогда, как можно видеть, модель, заданная соотношениями (20) - (22), оказывается аналогичной модели балансового типа, рассмотренной ранее.

С целью более предметно изложить специфику метода построения решения задачи, заданной соотношениями (20) - (22), рассмотрим модель производственной функции для промышленности Российской Федерации, оцененной при помощи АМЛР для периода 1993-2012 гг. [7].

Спецификация модели:

$$p_t = \alpha b_t + f_t, \qquad (23)$$

где p_t, b_t - соответственно темпы изменения производительности труда (выпуска в расчете на одного занятого) и фондовооруженности (основных фондов в расчете на одного занятого) в году t; α - коэффициент эластичности производительности труда по фондовооруженности; переменная $f(t)$ определена выше.

По результатам расчетов среднее значение α для периода 1993-2012 гг. составило 0,31; значение параметра q^c (совпадающее со средним значением временного ряда $\{f_t\}$) составило 0,0194.

Таким образом, модель с переменными во времени структурными параметрами, корреспондирующая (23), имеет вид

$$p_t = \alpha_{1t} b_t + \alpha_{0t} + \varepsilon_t; \qquad (24)$$

при этом средние значения временных рядов $\{\alpha_{1t}\}$ и $\{\alpha_{0t}\}$ равны соответственно 0,31 и 0,0194.

По аналогии с моделью балансового типа, рассмотренной выше [см. выражения (8) - (12)], модель (24) должна иметь вид

$$p^r_t = p_t - \varepsilon_t = \varphi_{1t}(0{,}31 b_t) + \varphi_{0t} 0{,}0194, \qquad (25)$$

где параметры φ_{0t}, φ_{1t}, как и ранее, имеют смысл поправочных коэффициентов, обеспечивающих корректировку средних значений структурных параметров 0,31 и 0,0194 с тем, чтобы удовлетворить в каждый момент времени t равенствам (25).

Декомпозиция временного ряда функции-остатка $f_t = p_t - \alpha b_t$ на регулярную и стохастическую составляющие [см. (19)] дает результаты, представленные в таблице 1. Погодовые значения временных рядов $\{\alpha b_t\}$, регулярной и стохастической компонент $\{q_t\}$, $\{\varepsilon_t\}$ характеризуют их роль в формировании результирующей переменной, которая в данном случае представлена значениями $\{p_t\}$, то есть временным рядом темпов изменения производительности труда.

Таблица 1

Значения компонентов модели (24) для 1993-2012 гг.

Год	αb_t	q_t	ε_t
1993	0,0115	-0,1567	0,0140
1994	0,0357	-0,1023	-0,0801
1995	0,0245	-0,0703	0,0756
1996	0,0147	0,0217	-0,0433
1997	0,0282	0,0103	0,0642
1998	0,0147	0,0542	-0,0658
1999	-0,0035	0,0599	0,0292
2000	-0,0049	0,0802	0,0267
2001	0,0005	0,0652	-0,0164
2002	0,0056	0,0512	-0,0139
2003	0,0060	0,0524	0,0130
2004	0,0056	0,0614	-0,0049
2005	0,0090	0,0610	0,0007
2006	0,0063	0,0622	0,0026
2007	0,0058	0,0435	0,0171
2008	0,0122	-0,0010	0,0088
2009	0,0248	0,0061	-0,0760
2010	0,0100	0,0099	0,0582
2011	0,0079	0,0462	-0,0052
2012	0,0122	0,0329	-0,0043

Сопоставление динамических рядов $\{\alpha b_t\}$ и $\{q_t\}$ позволяет сделать следующие выводы. Во-первых, переменная αb_t на исследуемом периоде времени имеет как положительные, так и отрицательные значения и при этом вносит (в среднем) существенно меньший вклад в динамику объясняемой переменной p^r_t в сравнении с q_t. Во-вторых, динамика функции q_t характеризуется значительной неравномерностью; при этом q_t также является знакопеременной на исследуемом периоде времени.

В соответствии с предположениями экономической теории применительно к модели производственной функции, во-первых, структурный параметр φ_{1t} при переменной (αb_t) не может принимать отрицательные значения и, во-вторых, значения коэффициента эластичности α_t для каждого момента времени t (исчисляемые как $0{,}31\varphi_{1t}$) должны находиться в интервале между нулевым и единичным значениями. Вместе с тем, исходя из отчетных значений $\{q_t\}$, представляется очевидным, что параметр $\{\varphi_{0t}\}$ рассматриваемой модели принимает как положительные, так и отрицательные значения на периоде 1993-2012 гг.

Отмеченные особенности модели (25) существенно отличают ее от модели балансового типа, описанной ранее. А именно, в модели типа (9) изначально предполагается, что все поправочные коэффициенты являются положительными; кроме того, все объясняющие переменные модели (9) также, по определению, принимают только положительные значения. В связи со сказанным правомерно предположить, что способ построения решения модели (25) должен в общем случае отличаться от метода построения решения балансовой модели.

Запишем задачу оценивания поправочных коэффициентов φ_{0t}, φ_{1t} в виде, аналогичном задаче (10) - (12):

$$p^r_t = \varphi_{1t}(0{,}31 b_t) + \varphi_{0t} 0{,}0194 + \varepsilon_t, \qquad (26)$$

$$\varphi_{0t} - \varphi_{0t-1} = \delta_{0t},\ \varphi_{1t} - \varphi_{1t-1} = \delta_{1t}, \qquad (27)$$

$$1 = \frac{1}{20}\sum_t \varphi_{0t}, \quad 1 = \frac{1}{20}\sum_t \varphi_{1t}, \qquad (28)$$

$$t = 1993, \ldots, 2012,$$

где обозначения всех переменных были определены ранее.

Значения $\{\varphi_{0t}, \varphi_{1t}\}$, как и ранее, будем искать на основе минимизации взвешенной суммы квадратов

$$\sum_t \varepsilon_t^2 + \gamma_0 \sum_t (\delta_{0t})^2 + \gamma_1 \sum_t (\delta_{1t})^2 \qquad (29)$$

при выполнении равенств (28).

По аналогии с методом нахождение решения балансовой модели, рассматривавшейся ранее, предположим сначала, что $\gamma_0 = \gamma_1 = \gamma$ (то есть что гипотетические дисперсии величин $\{\delta_{0t}\}$ и $\{\delta_{1t}\}$ одинаковы).

В этом случае (29) принимает вид

$$\sum_t \varepsilon_t^2 + \gamma(\sum_t (\delta_{0t})^2 + \sum_t (\delta_{1t})^2). \qquad (30)$$

Минимизация выражения (30) при выполнении равенств (26) и последовательно уменьшающемся значении параметра регуляризации γ, как уже было сказано выше, позволяет установить некоторое пороговое значение γ^*, начиная с которого значения коэффициентов $\{\varphi_{0t}, \varphi_{1t}\}$ стабилизируются при том, что остаточная величина $\sum_t \varepsilon_t^2$ из выражения (26) практически равна нулю. Однако решение, получаемое при указанных выше предпосылках, в данном случае противоречит экономическому содержанию моделируемого объекта: коэффициент эластичности производительности труда по фондовооруженности принимает в 1993 г. отрицательное значение.

Таким образом, первоначально принятое условие, что $\gamma_0 = \gamma_1 = \gamma$, должно быть изменено с тем, чтобы обеспечить получение решения, адекватного природе рассматриваемой задачи.

Очевидно, что нахождение параметра α_{1t} модели (24) в пределах, не противоречащих требованиям экономической теории, а соответственно, и параметра φ_{1t} из модели (26) - (28), может быть обеспечено при условии, что γ_1 превосходит значение γ_0: увеличение соотношения γ_1/γ_0 приводит (при заданном значении γ_0) к снижению колеблемости во времени параметра φ_{1t} (в пределе при $\gamma_1/\gamma_0 \to\infty$ и фиксированном значении γ_0 значение φ_{1t} стремится к единичному значению, что как раз не противоречит качественным требованиям к содержанию рассматриваемой задачи).

В связи со сказанным построение решения задачи минимизации (29) при условиях (26) - (28), соответствующего упомянутым выше содержательным требованиям, предполагает нахождение правил (называемых далее критериальными правилами) определения соотношения (γ_1/γ_0), то есть соотношения параметров регуляризации (следуя терминологии метода Тихонова) для рассматриваемой модели. При этом в силу специфики данной задачи указанные правила не могут, как в случае классической регрессионной модели, опираться на вероятностные представления о свойствах остаточных величин $\{\varepsilon_t\}$, $\{\delta_{0t}\}$, $\{\delta_{1t}\}$. Представляется также очевидным требование, что указанные правила должны (в том или ином виде) основываться исключительно на статистических данных, используемых в исследуемой модели. Далее следует отметить, что параметры γ_0 и γ_1 из выражения (29) призваны соизмерять суммы квадратов величин $\{\delta_{0t}\}$ и $\{\delta_{1t}\}$. В силу этого оценка соотношения (γ_1/γ_0) также должна основываться на сопоставлении показателей, размерность которых так или иначе связана с величинами объясняемой и (или) объясняющих переменных исследуемой модели, возведенных во вторую степень.

Нами были проведены численные эксперименты с моделью (26) - (28), в ходе которых были апробированы в том числе следующие критериальные правила определения соотношения (γ_1/γ_0):

$$(\gamma_1/\gamma_0)=\sigma^2(\varphi_{0t})/\sigma^2(\varphi_{1t}), \qquad (31)$$

$$(\gamma_1/\gamma_0)=\sigma^2(\varphi_{0t}0{,}0194)/\sigma^2(\varphi_{1t}\,0{,}31b_t), \qquad (32)$$

$$(\gamma_1 / \gamma_0) = \frac{\sum_t (\varphi_{0t})^2}{\sum_t (\varphi_{1t})^2}, \qquad (33)$$

$$(\gamma_1 / \gamma_0) = \frac{\sum_t (\varphi_{0t}0{,}0194)^2}{\sum_t (\varphi_{1t}0{,}31b_t)^2}, \qquad (34)$$

$$(\gamma_1 / \gamma_0) = \frac{\sum_t (abs(\varphi_{0t}))^2}{\sum_t (abs(\varphi_{1t}))^2}, \qquad (35)$$

$$(\gamma_1 / \gamma_0) = \frac{\sum_t (abs(\varphi_{0t}0{,}0194))^2}{\sum_t (abs(\varphi_{1t}0{,}31b_t))^2}, \qquad (36)$$

где $\sigma^2()$ - символ дисперсии; *abs*() - символ абсолютного значения соответствующих временных рядов.

Таким образом, в (31) - (32) (γ_1/γ_0) определяется как соотношение дисперсий временных рядов $\{\varphi_{0t}\}$,$\{\varphi_{1t}\}$ или рядов $\{\varphi_{0t}0{,}0194\}$, $\{\varphi_{1t}0{,}31b_t\}$; в (33) - (34) (γ_1/γ_0) определяется как соотношение средних квадратов либо искомых структурных параметров, либо вкладов объясняющих переменных в зависимую переменную; в (35) - (36) (γ_1/γ_0) определяется как соотношение средних квадратов либо абсолютных значений искомых структурных параметров, либо вкладов объясняющих переменных в зависимую переменную.

Выражения (31) - (36) призваны отразить (в той или иной форме) требование, что возможный диапазон изменения параметра φ_{1t} должен быть меньше диапазона изменения параметра φ_{0t}.

Ввиду того что коэффициенты $\{\varphi_{0t}, \varphi_{1t}\}$, фигурирующие в выражениях (31) - (36), сами являются искомыми величинами, процедура минимизации (29) при условиях (26) - (28) должна осуществляться итерационно. А именно: 1) задаются начальные значения коэффициентов $\{\varphi^0_{0t}, \varphi^0_{1t}\}$ (в качестве таковых при проведении расчетов принимались единичные значения); 2) для заданного значения γ_0 итерациями рассчитываются значения $\{\varphi^c_{0t}, \varphi^c_{1t}\}$, являющиеся стационарными (неизменными) величинами искомых параметров; 3) значения параметра регуляризации γ_0 последовательно уменьшаются с тем, чтобы определить уровень γ_0^*, начиная с которого решение задачи (то есть значения временных рядов коэффициентов $\{\varphi^c_{0t}\}$, $\{\varphi^c_{1t}\}$), стабилизируется[4].

Итоги численных экспериментов позволяют заключить следующее:

1. Использование критериальных правил (31) - (32) не обеспечивает сходимости итерационного процесса, описанного выше и, соответственно, не обеспечивает получения решения рассматриваемой задачи;

2. Критериальные правила (33) - (36) позволяют получить решение рассматриваемой задачи, отвечающее, во-первых, содержательным представлениям относительно области нахождения искомых параметров $\{\alpha_{1t}\}$. Во-вторых, критериальные правила (33) - (36) обеспечивают близкие (в практическом отношении) результаты оценивания коэффициентов$\{\varphi_{0t}\}$, $\{\varphi_{1t}\}$. Данные таблицы 2 иллюстрируют варианты решений задачи (26) - (28), соответствующие критериальным правилам (33) - (36) на примере временных рядов коэффициентов эластичности $\{\alpha_{1t}\}$.

Таблица 2

Погодовые значения параметров эластичности производственной функции $\{\alpha_{1t}\}$ и значения (γ_1/γ_0), соответствующие различным критериальным правилам

Год	Вид критериального правила (номер соответствующей формулы)			
	(33)	(34)	(35)	(36)
1993	0,2836	0,2850	0,2457	0,2657
1994	0,3094	0,3094	0,3076	0,3088
1995	0,2892	0,2901	0,2684	0,2784
1996	0,3250	0,3241	0,3552	0,3387
1997	0,2884	0,2892	0,2738	0,2799
1998	0,3090	0,3088	0,3189	0,3128
1999	0,3000	0,3003	0,2956	0,2971
2000	0,2914	0,2922	0,2732	0,2820
2001	0,2943	0,2949	0,2781	0,2860
2002	0,2983	0,2988	0,2858	0,2920
2003	0,3054	0,3056	0,3008	0,3030
2004	0,3137	0,3136	0,3188	0,3161
2005	0,3187	0,3183	0,3285	0,3236
2006	0,3223	0,3218	0,3352	0,3288
2007	0,3189	0,3186	0,3248	0,3223
2008	0,3077	0,3080	0,2953	0,3025
2009	0,3217	0,3213	0,3261	0,3248
2010	0,3252	0,3247	0,3344	0,3307
2011	0,3410	0,3397	0,3724	0,3571
2012	0,3367	0,3356	0,3614	0,3497
Конечное значение (γ_1/γ_0), полученное в результате итерационного процесса	10,35	17,53	7,12	18,47

3. Различия в конечных величинах (определяемых итерационно) значений (γ_1/γ_0), исчисляемых в соответствии с (33) - (36), являются весьма значительными (см. таблицу 2). Тем не менее характер получаемого решения модели (26) - (28) для правил (33) - (36) практически идентичен. Использование критериальных правил в форме (33) - (36) позволяет преобразовать задачу оценивания параметров производственной функции к виду, аналогичному для модели балансового типа, то есть к задаче, решение которой зависит от единственного параметра регуляризации, что в свою очередь позволяет упростить процедуру получения решения.

4. Факторная модель, представленная в данном случае моделью производственной функции промышленности Российской Федерации для периода 1993-2012 гг., может быть переформулирована в терминах модели балансового типа.

[4] Практическая реализация данной процедуры, разумеется, возможна лишь при условии, что описанный выше итерационный процесс сходится.

Соответственно, и метод идентификации параметров указанной эконометрической модели оказывается аналогичным методу идентификации структурных параметров балансовой модели.

Заключение

Методы оценивания факторных и балансовых моделей, описанные в данной работе, обладают определенными различиями, проистекающими из специфики решаемых задач, связанных с обработкой статистических данных экономического характера. Вместе с тем принципиально важной чертой этих методов является использование ограничений специального типа на погодовые значения искомых структурных параметров. Кроме того, как было показано, задача оценивания параметров факторной модели может быть представлена в виде, идентичном задаче оценивания модели балансового типа. Это дает возможность говорить о методическом единстве рассмотренных выше методов оценивания[5].

Выработка критериальных правил, позволяющих получить динамические оценки структурных параметров модели, адекватные содержанию моделируемого объекта (процесса), является прежде всего средством упрощения вычислительного метода, обеспечивающего идентификацию исследуемой модели. Конкретные варианты критериальных правил могут при этом различаться, принципиально не влияя на результаты оценивания.

Критериальные правила, выработанные применительно к задаче оценивания модели производственной функции, могут быть распространены на другие разновидности эконометрических моделей, отличающиеся от рассмотренной модели составом и числом объясняющих переменных. Вместе с тем вид критериальных правил для каждой конкретной эконометрической модели, по всей видимости, должен определяться исходя из специфики моделируемого объекта (процесса).

Методы оценивания, описанные выше, имеют общие черты с методами решения некорректно поставленных задач (в том числе с методом Тихонова). Вместе с тем правила (или методы) построения решения некорректных задач, сформулированные ранее применительно к техническим и естественно научным областям, не могут быть «механически» перенесены на задачи обработки статистических данных, рассматривавшиеся в данной статье. С этой точки зрения правомерно утверждать, что описанные выше методические подходы развивают теорию решения некорректно поставленных задач (в том виде, как эта теория изложена, в частности, в [2]) применительно к эконометрическим моделям.

Тематика исследования проблем и методов оценки изменчивости структурных параметров моделей, оцениваемых на статистических данных, представленных временными рядами, безусловно, не является новой (в плане общей постановки). Методы, практически реализованные эконометриками во второй половине XX века, основывались первоначально на разбиении исходной временной последовательности (выборки) данных на некоторое количество интервалов, либо пересекающихся, либо не пересекающихся между собой, и расчете значений структурных параметров модели (1) для каждого отдельного интервала и сопоставление полученных результатов между собой (в качестве примеров см. [7-11]). Для оценки существенности расхождений оценок параметров модели в различные периоды времени могли использоваться различные статистические критерии, зависящие от специфики предположений, связанных с формулировкой рассматриваемых моделей.

В связи с упоминанием теории решения некорректно поставленных задач вычислительной математики следует специально отметить, что в рамках указанной теории исследуемые задачи могут быть приведены к виду, в формальном отношении аналогичному задачам, рассматриваемым в работах в области TVP-моделей (*Time-Varying Parameter Models*).

В концепции TVP-моделей изначально предполагается, что искомые структурные параметры $\{a_t\}$ статистической модели

$$y_t = x_t a_t + \varepsilon_t, \tag{37}$$

где y_t - объясняемая переменная; $x_t = (x_{t1}, \ldots, x_{tm})$ - вектор объясняющих переменных в момент времени t связаны соотношениями типа

$$a_t = F_t a_{t-1} + \delta_t, \tag{38}$$

где F_t - матрица, элементы которой либо заранее известны, либо должны так же быть оценены на эмпирических данных, как и векторы структурных параметров $\{a_t\}$; от-

[5] Отметим, что для декомпозиции временного ряда на регулярную и стохастическую компоненты также используется специальная модификация регрессионной модели с переменными структурными параметрами [3].

носительно погрешностей $\{\varepsilon_t\}$ и $\{\delta_t\}$ обычно принимается гипотеза, что это нормально распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием.

В частном случае, если F_t является единичной матрицей, соотношения (38) описывают так называемую модель «случайных блужданий». В общем же виде модель, заданная соотношениями (37) - (38), является разновидностью модели фильтра Калмана (известной еще с начала 1960-х годов) [12, 13].

Различия отдельных TVP-моделей, описанных в литературе, связаны характером предположений о виде соотношений типа (38) и характером предположений о свойствах остатков $\{\varepsilon_t\}$ и $\{\delta_t\}$. В моделях данного типа в качестве специфической проблемы выступает также метод оценивания начальных значений искомых структурных параметров[6].

Метод решения задачи динамизации структурных параметров модели (3), изложенный в нашей статье, опирается на дополнение соотношений типа (3) ограничениями на разности искомых параметров в последовательные моменты времени, а не на зависимость авторегрессионного типа, задаваемой соотношениями (38). При этом метод оценивания, разработанный нами, обеспечивает получение оценок структурных параметров модели (3), которые (оценки) обладают следующим свойством: при условии, что точность аппроксимации зависимой переменной модели (3) зафиксирована (то есть известна сумма квадратов ошибок $\{\varepsilon_t\}$), получаемое решение (то есть оценки искомых структурных параметров) задает линию минимальной длины в пространстве возможных значений структурных параметров. Именно это свойство, как отмечено в [1], и обеспечивает разрешимость задачи динамизации структурных параметров модели. Кроме того, как сказано в той же работе [1], использование теории решения некорректно поставленных задач для построения переменных во времени оценок структурных параметров модели (1) не сопряжено с принятием каких-либо гипотез о свойствах погрешностей исследуемой статистической модели. Таким образом, разработанный нами метод не имеет, по существу, ничего общего с проблематикой TVP-моделей.

Литература

1. **Суворов Н.В.** Метод построения регрессионных моделей с динамическими структурными параметрами // Проблемы прогнозирования. 2005. № 4. С. 143-155.

2. **Тихонов А.Н., Арсенин В.Я.** Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1974 (1-е изд.); 1986 (2-е изд.).

3. **Суворов Н.В.** Верификация эконометрической модели с учетом априорных ограничений на структурные параметры // Вопросы статистики. 2016. № 11. С. 53-66.

4. **Суворов Н.В.** Актуальные направления и проблемы совершенствования модельного инструментария макроэкономического анализа // Проблемы прогнозирования. 2015. № 5. С. 25-39.

5. **Суворов Н.В., Балашова Е.Е., Давидкова О.Б., Зенкова Г.В.** Эконометрические методы в исследовании динамики показателей ресурсоемкости отечественной экономики (инструментарий и статистические результаты) // Проблемы прогнозирования. 2013. № 5. С. 15-33.

6. **Суворов А.В.** и др. Человеческий капитал как фактор социально-экономического развития России. СПб.: Нестор-История, 2016.

7. **Анчишкин А.И.** Прогнозирование роста социалистической экономики. М.: Экономика, 1973.

8. **Браун М.** Теория и измерение научно-технического прогресса. М.: Экономика, 1971.

9. **Корхин А.С.** Моделирование экономических систем с распределенным лагом. М.: Финансы и статистика, 1981.

10. **Лукашин Ю.П.** Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. М.: Статистика, 1981.

11. **Пуарье Д.** Эконометрия структурных изменений. М.: Финансы и статистика, 1981.

12. **Спиди К., Браун Р., Гудвин Дж.** Теория управления. М.: Мир, 1974.

13. **Брамлер К., Зифлинг Г.** Фильтр Калмана-Бьюси. М.: Наука, 1982.

14. **Durbin J., S.-J. Koopman**. Time Series Analysis by State Space Methods. Oxford: Oxford University Press. 2001.

15. **Koopman S.-J., Shephard N., Doornik J.A.** Statistical Algorithms for Models in State Space Using SsfPack 2.2 // Econometrics Journal. 1999. Vol. 2. Iss. 1. P. 107-160.

16. **Zivot E., Wang J.** Modeling Financial Time Series with S-PLUS. New York: Springer-Verlag. 2002.

[6] Отметим, что современные работы в области TVP-моделей практически полностью повторяют (без существенного продвижения) содержание работ, выглядевших пионерными в 1960-е годы, а различные варианты методов идентификации TVP-моделей (см., в частности, [12-16]), разрабатывавшиеся эконометриками на протяжении нескольких десятилетий, так и не решили поставленную проблему в прикладном плане.

Информация об авторе

Суворов Николай Владимирович - д-р экон. наук, профессор, руководитель лаборатории прогнозирования динамики и структуры народного хозяйства, Институт народнохозяйственного прогнозирования Российской академии наук (ИНП РАН). 117418, г. Москва, Нахимовский проспект, д. 47. E-mail: suvor_n@ecfor.ru.

Финансирование

Статья подготовлена с использованием материалов, разрабатывавшихся при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 16-06-00319).

References

1. **Suvorov N.V.** Method for Constructing Regression Models with Dynamic Structural Parameters. *Studies on Russian Economic Development*. 2005;(4):143-155. (In Russ.)

2. **Tikhonov A.N., Arsenin V.Ya.** *Methods for Solving Ill-Posed Problems*. Moscow: Science Publ.; 1974 (1-st edition); 1986 (2-nd edition). (In Russ.)

3. **Suvorov N.V.** Verification of an Econometric Model Based on a Priori Constraints on the Structural Parameters. *Voprosy statistiki*. 2016;(11):53-66.

4. **Suvorov N.V.** Current Trends and Problems of Improving Model Tools of Macroeconomic Analysis. *Studies on Russian Economic Development*. 2015;26(5):434-443.

5. **Suvorov N.V., Balashova E.E., Davidkova O.B., Zenkova G.V.** Econometric Methods for Investigating Dynamics Indicators of the Resource Intensity in the Domestic Economy (Tools and Statistical Results). *Studies on Russian Economic Development*. 2013;24(5):409-421.

6. **Suvorov N.V.** et al. Human Capital as a Factor of Russia's Social and Economic Development. St. Petersburg: Nestor-History; 2016. (In Russ.)

7. **Anchishkin A.I.** Forecasting the Growth of the Socialist Economy. Moscow: Economics Publ.; 1973. (In Russ.)

8. **Brown M.** *On the Theory and Measurement of Technological Change*. Cambridge University Press; 1968. 214 p. (Russ. ed.: Braun M. *Teoriya i izmerenie nauchno-tekhnicheskogo progressa*. Moscow: Ekonomika Publ.; 1971.)

9. **Korkhin A.S.** Modeling of Economic Systems with Distributed Lags. Moscow: Finance and Statistics Publ.; 1981. (In Russ.)

10. **Lukashin Yu.P.** *Adaptive Methods of Short-Term Forecasting*. Moscow: Statistics Publ.; 1981. (In Russ.)

11. **Poirier D.J.** *The Econometrics of Structural Change: With Special Emphasis on Spline Functions*. North-Holland Publ. Company; 1976. 206 p. (Russ. ed.: Puar'e D. *Ekonometriya strukturnykh izmenenii*. Moscow: Finansy i statistika Publ.; 1981.)

12. **Speedy C.B., Brown R.F., Goodwin G.C.** *Control Theory*. Moscow: Mir Publ.; 1974. (In Russ.)

13. **Bramler K., Siffling G.** *Kalman-Bucy Filter*. Moscow: Science Publ.; 1982. (In Russ.)

14. **Durbin J., Koopman S.-J.**. *Time Series Analysis by State Space Methods*. Oxford: Oxford University Press; 2001.

15. **Koopman S.-J., Shephard N., Doornik J.A.** Statistical Algorithms for Models in State Space Using SsfPack 2.2. *Econometrics Journal*. 1999;2(1):107-160.

16. **Zivot E., Wang J.** Modeling Financial Time Series with S-PLUS. New York: Springer-Verlag; 2002.

About the author

Nikolay V. Suvorov - Dr. Sci. (Econ.), Professor; Head, Laboratory of Forecasting the Dynamics and Structure of the National Economy, Institute of Economic Forecasting of the Russian Academy of Sciences. 47, Nakhimovsky Av., Moscow, 117418, Russia. E-mail: suvor_n@ecfor.ru.

Funding

This article was prepared using the materials developed with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research (Project No. 16-06-00319).