

## СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ОБЪЕДИНЕННОГО ПРОГНОЗА\*

А.А. Френкель,  
Н.Н. Волкова,  
А.А. Сурков,  
Э.И. Романюк

Данная статья посвящена актуальной проблеме повышения точности прогнозирования временных рядов посредством объединения частных прогнозов. При прогнозировании обычно используется только один метод, а вся информация, которая содержится в других методах прогнозирования, обычно отбрасывается. Объединение прогнозов позволяет использовать почти всю информацию, содержащуюся в частных прогнозах. В статье приводится описание некоторых наиболее распространенных методов объединения прогнозов: двух модификаций метода Грэнджера-Раманатхана (без ограничений и с ограничениями на сумму коэффициентов при частных прогнозах), метод матрицы парных предпочтений, а также метод линейной комбинации частных показателей с различными весами.

Для получения частных прогнозов в статье использовались следующие часто применяемые методы прогнозирования временных рядов: метод гармонических весов, метод адаптивного экспоненциального сглаживания с использованием трэкинг-сигнала, метод обычного экспоненциального сглаживания и модель Бокса-Дженкинса.

На основе годовых данных за период с 1950 по 2015 г. о производстве в РФ некоторых продуктов в натуральном выражении: производство электроэнергии; добыча каменного угля; добыча сырой нефти; добыча природного газа; производство металлорежущих станков; производство мяса; производство растительного масла, был проведен сравнительный анализ статистических характеристик объединенных прогнозов, полученных рассмотренными методами. Также авторы рассчитали прогноз по каждому из показателей за 2016 г. и сравнили его с фактическими данными.

В результате исследования были получены следующие выводы. Объединенный прогноз имеет более высокую точность прогнозирования временного ряда. Прогнозы, построенные с использованием подходов Грэнджера-Раманатхана, имеют наибольшую точность объединенного прогноза.

*Ключевые слова:* объединение прогнозов, временные ряды, методы прогнозирования временных рядов.  
*JEL:* C53, E27.

Опыт практического построения прогнозов экономических показателей показывает, что основной проблемой при этом является выбор прогноза, который наиболее точно соответствует тенденции протекания экономических процессов. Обычно предпочтение отдается более точному прогнозу, полученному путем использования того или иного метода, а остальные прогнозы отбрасываются и не используются в будущем. Однако экономические процессы относятся к трудноформализуемым, поэтому одним из способов получения более точных прогнозов является

объединение независимо полученных прогнозов, которое будет способствовать более полному и точному описанию прогнозируемого процесса. В литературе описаны различные способы объединения прогнозов [6]. Рассмотрим и сравним некоторые наиболее часто используемые из них более подробно.

**Методы Грэнджера-Раманатхана (Гр.-Р.).** Эти методы достаточно широко применяются при решении практических задач (см., например, [11, 12, 13]). Существует несколько модификаций этих методов, но основная идея

Френкель Александр Адольфович (ie\_901@ineson.ru) - д-р экон. наук, профессор, главный научный сотрудник Центра макроэкономического анализа и прогнозирования Института экономики РАН (г. Москва, Россия).

Волкова Наталия Николаевна (lituk.n@gmail.com) - канд. экон. наук, генеральный директор фонда «Сонар» (г. Москва, Россия).

Сурков Антон Александрович (Ie\_901@ineson.ru) - эксперт фонда «Сонар» (г. Москва, Россия).

Романюк Эвелина Игоревна (Romvel57@yandex.ru) - научный сотрудник Центра инновационной экономики и промышленной политики Института экономики РАН (г. Москва, Россия).

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (РФФИ); проект № 16-06-00183.

их всех заключается в поиске таких весовых коэффициентов для частных прогнозов, чтобы ошибка данного объединенного прогноза была минимальной.

Первая статья по объединению прогнозов была опубликована в 1969 г. J.M. Bates и C.W.J. Granger [7], а в 1974 г. вышла еще одна статья P. Newbold и C.W.J. Granger [14], которые имели чисто академический характер. В них было доказано, что объединенный прогноз часто дает более точный результат, чем любой из объединяемых прогнозов.

Первой практической работой по применению метода наименьших квадратов для построения объединенного прогноза явилась статья C.W.J. Granger и R. Ramanathan [9], в которой авторы предложили три различных метода расчета весовых коэффициентов для объединения частных прогнозов. Наряду с методом без ограничений и постоянных членов, был рассмотрен вариант с использованием ограничений на весовые коэффициенты (сумма весовых коэффициентов равняется единице), а также вариант с включением постоянного члена в формулу объединенного прогноза.

В дальнейшем их методика была уточнена и использована R.T. Clemen [8] для решения ряда практических работ. Экспериментальные расчеты, проведенные им, показали, что ненулевой постоянный член ухудшает точность прогнозирования по сравнению даже с индивидуальными прогнозами.

Э.Б. Ершов [2] также предложил несколько методов построения весовых коэффициентов объединенного прогноза на основе метода наименьших квадратов. Теоретические выкладки Э.Б. Ершова предполагали проведение экспериментальной работы по проверке выдвинутых предложений, но экспериментальная проверка так и не была проведена.

Авторы также использовали эти методы для практических расчетов [3].

Рассмотрим подробнее два из методов Гр.-Р.: первый - без ограничений на сумму весовых коэффициентов; второй - с наложенным ограничением на сумму коэффициентов, равную единице. В обоих случаях для проверки точности объединенного прогноза использовалась минимизация суммы квадратичных ошибок для определения значений коэффициентов.

Сущность первого метода заключается в следующем. Пусть  $F\alpha$  - объединенный прогноз, где  $\alpha$  - вектор весовых коэффициентов индивидуальных прогнозов, а  $F$  является матрицей значений индивидуальных прогнозов. При этом варианте ограничения на сумму весовых коэффициентов не накладываются. В таком случае ошибка прогноза будет иметь вид:

$$e = x - F\alpha, \quad (1)$$

где  $x$  - вектор фактических значений прогнозируемого показателя. Необходимо определить  $\alpha$  таким образом, чтобы минимизировать сумму квадратов ошибок прогнозов. То есть следует минимизировать выражение:

$$(x - F\alpha)^T (x - F\alpha). \quad (2)$$

После проведения необходимых математических преобразований весовые коэффициенты вычисляются по формуле (3):

$$\bar{\alpha} = (F^T F)^{-1} F^T x. \quad (3)$$

При минимизации выражения (3) нулевое значение для него не будет достигнуто. Однако этот вариант построения весовых коэффициентов позволяет выделить более точные частные прогнозы и задать им большие весовые коэффициенты.

Во втором методе было предложено дополнительно ввести ограничение на сумму весовых коэффициентов:

$$L^T \beta = 1, \quad (4)$$

где  $L$  - единичный вектор-строка, а  $\beta$  играет роль вектора весовых коэффициентов. В этом случае поиск весовых коэффициентов заключается в минимизации уже другого выражения:

$$\min(x - F\beta)^T (x - F\beta) + 2\lambda_B (L^T \beta - 1), \quad (5)$$

где  $\lambda_B$  - множитель Лагранжа:

$$\lambda_B = \frac{L^T \alpha - 1}{L^T (F^T F)^{-1} L}. \quad (6)$$

Отсюда вектор весовых коэффициентов определяется по формуле:

$$\bar{\beta} = (F^T F)^{-1} F^T x - \lambda_B (F^T F)^{-1} L. \quad (7)$$

**Объединение прогнозов методом матрицы парных предпочтений.** Еще одним методом, используемым для нахождения оптимальных весовых коэффициентов для объединенного прогноза, является метод матрицы парных предпочтений, описанный в работе S. Gupta и P. Wilton [10].

Суть метода заключается в следующем. Предположим, что «истинные» веса задаются вектором  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_n)$ , где  $\alpha_i (i = 1, \dots, n)$  - теоретически лучший вес, присвоенный  $i$ -му частному прогнозу. Тогда вероятность того, что частный прогноз  $i$  «предпочтительнее» (дисперсия меньше) частного показателя  $j$ , должна вычисляться по формуле  $\alpha_i/\alpha_j$ . Матрица «парных предпочтений» среди частных прогнозов может быть построена следующим образом:

$$O = \begin{pmatrix} \frac{\alpha_1}{\alpha_1} & \frac{\alpha_1}{\alpha_2} & \dots & \frac{\alpha_1}{\alpha_n} \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \\ \frac{\alpha_2}{\alpha_1} & \frac{\alpha_2}{\alpha_2} & \dots & \frac{\alpha_2}{\alpha_n} \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\alpha_n}{\alpha_1} & \frac{\alpha_n}{\alpha_2} & \dots & \frac{\alpha_n}{\alpha_n} \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \dots & \alpha_n \end{pmatrix} \quad (8)$$

Каждая запись  $O_{ij}$  может быть интерпретирована как вероятность предпочтения частного прогноза  $i$  прогнозу  $j$ . Заметим, что каждый элемент матрицы положителен и что  $O_{ij} = 1/O_{ji}$ , а диагональные элементы равны единице. Следовательно,  $O\alpha = n\alpha$ . Зная матрицу  $O$ , можно определить вектор весов  $\alpha$ .

Метод «парных предпочтений» обладает рядом достоинств по сравнению с другими методами. Во-первых, он значительно упрощает процедуру обработки информации. Нахождение весов не требует оценки большого количества данных. Во-вторых, метод «парных предпочтений» позволяет дифференцировать влияние частных прогнозов на объединенный. Следует отметить и адаптивность метода, то есть возможность корректировки весовых коэффициентов по мере поступления новой информации.

**Объединение прогнозов методом линейной комбинации частных прогнозов с различными весами<sup>1</sup>.** Объединенный прогноз строится как линейная комбинация частных прогнозов с различными весами (в таблицах обозначается как КИЭС). Методика построения этого прогноза основывается на расчете агрегированного показателя по выбранным частным. Объединенный прогноз можно выразить через линейную комбинацию частных прогнозов:

$$F = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \dots + \alpha_j x_j + \dots + \alpha_n x_n, \quad (9)$$

где  $F$  - значение объединенного прогноза;  $x_j$  - частные прогнозы;  $j$  - веса, с которыми частные прогнозы входят в объединенный.

Для определения  $\alpha_j$  был использован подход, основанный на расчете весов показателей по коэффициентам парной корреляции между ними [1].

Если  $r_{ij}$  - коэффициент парной корреляции между  $i$ -м и  $j$ -м прогнозами ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ), то веса определяются по следующей формуле:

$$\alpha_j = \sum_{i=1}^n r_{ij} / \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n r_{ij} \quad (10)$$

Таким образом, сумма коэффициентов парной корреляции каждого прогноза с остальными соотносится с общей суммой коэффициентов по матрице коэффициентов парной корреляции. В силу того что последняя отражает взаимосвязь между всеми прогнозами, полученные величины  $\alpha_j$  показывают удельный вес каждого прогноза в общей величине объединенного прогноза.

**Анализ различных методов построения объединенного прогноза.** Сравним описанные выше методы построения объединенного прогноза на примере прогнозирования показателей выпуска основных экономических показателей:

- производство электроэнергии;
- добыча каменного угля;
- добыча сырой нефти;
- добыча природного газа;
- производство металлорежущих станков;
- производство мяса;
- производство растительного масла.

<sup>1</sup> Данная методика используется для построения конъюнктурного индекса «Экономические стратегии» (КИЭС) [4].

Показатели были представлены годовыми данными за период с 1950 по 2015 г. Их выбор был обоснован следующим образом. Во-первых, производство этих продуктов отражает важные стороны российской экономики: экспортный потенциал, а также внутреннее потребление предприятий и населения, а во-вторых, производство этих продуктов не испытывало чрезмерных колебаний. Хотя периоды спадов и подъемов внутри периода и наблюдались, но их амплитуда не была слишком большой.

Для построения частных прогнозов были использованы следующие методы прогнозирования: метод гармонических весов (в таблицах - MG<sub>V</sub>), метод адаптивного экспоненциального сглаживания с использованием трэкинг-сигнала (МАЕКС), метод обычного экспоненциального сглаживания (МЕКС) и

модель Бокса-Дженкинса (ARIMA). Подробное описание этих методов дано в книге [5].

Далее с использованием перечисленных выше моделей были разработаны прогнозы на период 2016-2018 гг. Затем были построены объединенные прогнозы, агрегирующие частные прогнозы указанными выше методами.

Для проверки точности прогноза, с нашей точки зрения, наиболее приемлемый способ - это использование средней относительной ошибки прогноза. Можно также применять и среднюю абсолютную ошибку, хотя, по нашему мнению, она хуже, поскольку зависит от размерности признака. Результаты расчетов приведены в таблицах 1-7, где кроме средней абсолютной и относительной ошибки, приведены также дисперсия и среднеквадратические отклонения.

Таблица 1

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство электроэнергии (млрд кВт·ч)

Метод прогноза	Дисперсия	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка	Средняя относительная ошибка
МАЕКС	443,0	21,1	0,6	2,9
МЕКС	580,5	24,1	0,6	3,1
MGV	58,3	22,5	0,4	1,8
Бокс-Дженкинс	507,5	22,5	0,3	1,9
Матрица парных предпочтений	292,9	17,1	0,2	1,6
Гр.-Р. с ограничениями	179,6	13,4	0,09	0,8
Гр.-Р. без ограничений	178,5	13,4	0,09	0,8
КИЭС	257,1	16,0	0,19	1,7

Таблица 2

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, добыча каменного угля (млн т)

Метод прогноза	Дисперсия	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка	Средняя относительная ошибка
МАЕКС	283,9	16,8	2,3	4,2
МЕКС	272,8	16,5	2,5	4,5
MGV	141,6	11,9	2,1	2,9
Бокс-Дженкинс	195,6	13,9	3,1	3,9
Матрица парных предпочтений	129,2	11,4	1,7	2,7
Гр.-Р. с ограничениями	40,5	6,4	1,0	0,7
Гр.-Р. без ограничений	39,8	6,3	1,0	0,7
КИЭС	116,7	10,8	1,6	2,8

Таблица 3

Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, добыча нефти (млн т)

Метод прогноза	Дисперсия	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка	Средняя относительная ошибка
МАЕКС	479,6	21,9	1,5	9,6
МЕКС	370,7	19,3	1,6	8,5
MGV	373,5	19,3	1,2	2,2
Бокс-Дженкинс	278,8	16,7	1,8	1,9
Матрица парных предпочтений	176,4	13,3	1,1	1,7
Гр.-Р. с ограничениями	59,3	7,7	0,6	0,4
Гр.-Р. без ограничений	59,3	7,7	0,6	0,4
КИЭС	157,0	12,5	1,0	1,5

Таблица 4

**Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, добыча газа**  
(млрд куб. м)

Метод прогноза	Дисперсия	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка	Средняя относительная ошибка
МАЕКС	532,3	23,1	2,8	6,3
МЕКС	474,3	21,8	2,7	6,4
МГV	314,9	17,7	3,2	5,7
Бокс-Дженкинс	491,3	22,2	9,8	8,7
Матрица парных предпочтений	298,7	17,3	2,6	4,0
Гр.-Р. с ограничениями	96,5	9,8	1,4	2,6
Гр.-Р. без ограничений	96,5	9,8	1,4	2,5
КИЭС	270,1	16,4	2,4	3,8

Таблица 5

**Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство металлорежущих станков**  
(млн штук)

Метод прогноза	Дисперсия	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка	Средняя относительная ошибка
МАЕКС	26,3	5,1	0,5	14,0
МЕКС	41,5	6,4	1,1	18,4
МГV	24,1	4,9	0,6	10,2
Бокс-Дженкинс	23,2	4,8	0,7	13,0
Матрица парных предпочтений	13,3	3,6	0,4	9,8
Гр.-Р. с ограничениями	4,8	2,2	0,1	3,9
Гр.-Р. без ограничений	4,8	2,2	0,1	3,9
КИЭС	12,2	3,5	0,3	9,2

Таблица 6

**Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство мяса**  
(млн т)

Метод прогноза	Дисперсия	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка	Средняя относительная ошибка
МАЕКС	298,7	17,3	21,4	18,1
МЕКС	291,1	17,1	20,3	17,3
МГV	155,4	12,5	13,4	12,8
Бокс-Дженкинс	246,3	15,7	19,6	15,1
Матрица парных предпочтений	119,8	10,9	10,3	10,8
Гр.-Р. с ограничениями	47,3	6,9	4,2	3,6
Гр.-Р. без ограничений	47,1	6,9	4,2	3,6
КИЭС	110,2	10,5	10,1	9,5

Таблица 7

**Статистические характеристики отклонений прогнозных данных от фактических, производство растительного масла**  
(млн т)

Метод прогноза	Дисперсия	Среднее квадратическое отклонение	Средняя абсолютная ошибка	Средняя относительная ошибка
МАЕКС	298,7	17,3	21,4	18,1
МЕКС	291,1	17,1	20,3	17,3
МГV	155,4	12,5	13,4	12,8
Бокс-Дженкинс	246,3	15,7	19,6	15,1
Матрица парных предпочтений	119,8	10,9	10,3	10,8
Гр.-Р. с ограничениями	47,3	6,9	4,2	3,6
Гр.-Р. без ограничений	47,1	6,9	4,2	3,6
КИЭС	110,2	10,5	10,1	9,5

Анализ данных, приведенных в таблицах 1-7, показывает, что во всех рассмотренных нами случаях все объединенные прогнозы дают результаты лучше, чем частные.

Среди частных прогнозов наиболее близкими по точности в большинстве случаев (5 прогнозов) являются прогнозы на основе метода гармонических весов (MGV), разработанного польским статистиком З. Хелвигом [5, с. 51], в котором более поздние точки имеют большие веса. В остальных двух случаях лучший результат у метода Бокса-Дженкинса, который для других продуктов давал худшие результаты. Это вполне объяснимо. Методы экспоненциального сглаживания довольно сильно зависят от правильно выбранных параметров сглаживания и начальных условий, а метод Бокса-Дженкинса хорошо «работает» на большом числе наблюдений (не менее 300-400), в то время как ряд в данном исследовании недостаточно длинный.

Из объединенных прогнозов наилучшие результаты с точки зрения минимизации средней относительной ошибки дают методы Гр.-Р., причем оба метода Гр.-Р. имеют близкие характеристики.

Методы, которые используют матрицы парных предпочтений или корреляционную матрицу, также довольно близки друг к другу и имеют средние относительные ошибки значительно больше, чем у методов Гр.-Р. В ряде случаев они мало отличаются от ошибок лучшего из частных прогнозов.

Кроме средних ошибок прогнозов, для оценки качества моделей применяются прогнозы *ex post* (или ретропрогнозы), графики которых для используемых методов построения объединенного прогноза приведены на рис. 1-7, на которых из соображений наглядности нанесены модельные значения и фактические данные не на всем временном периоде, а только на отрезке 1995-2015 гг.

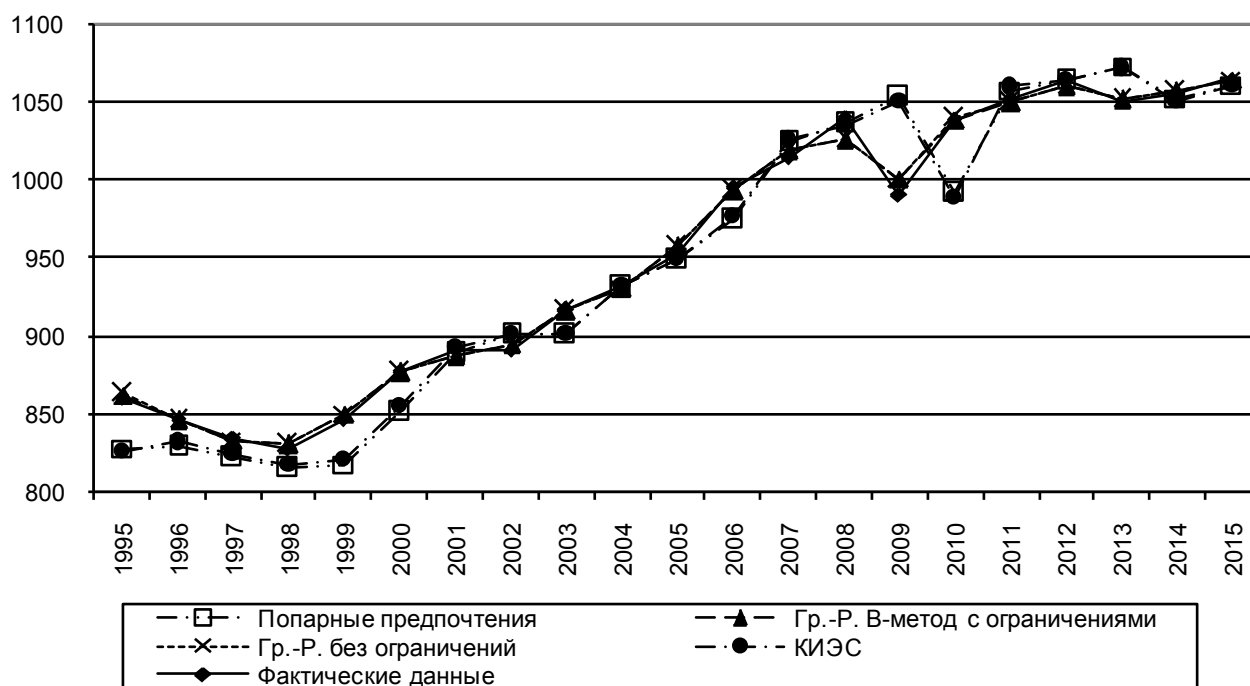


Рис. 1. Ретропрогноз, полученный различными методами, для производства электроэнергии (млрд кВт·ч)



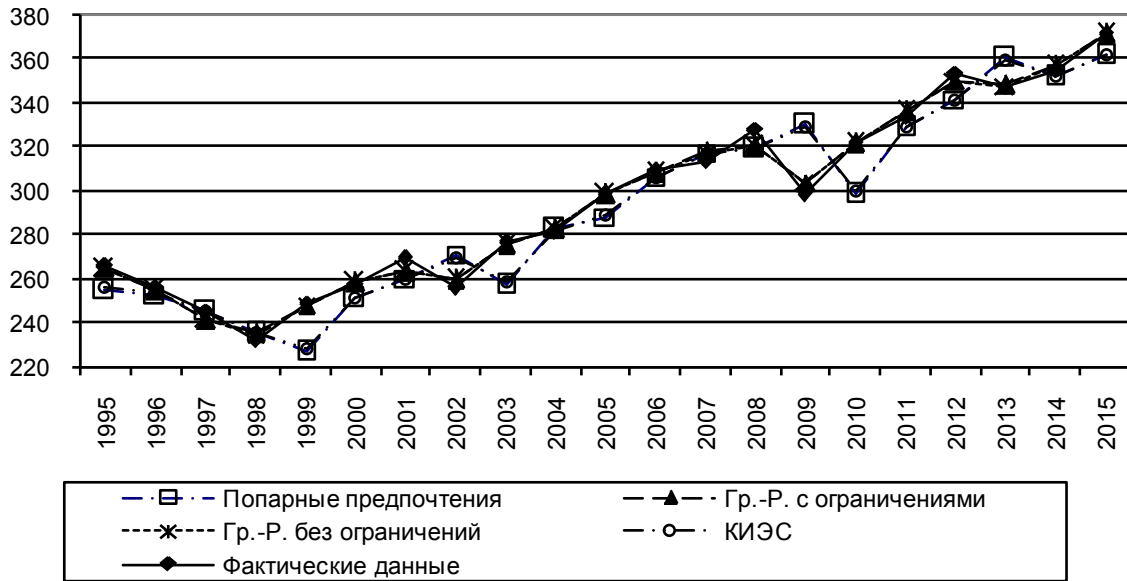


Рис. 2. Ретропрогноз, полученный различными методами, для добычи каменного угля (млн т)



Рис. 3. Ретропрогноз, полученный различными методами, для добычи сырой нефти (млн т)

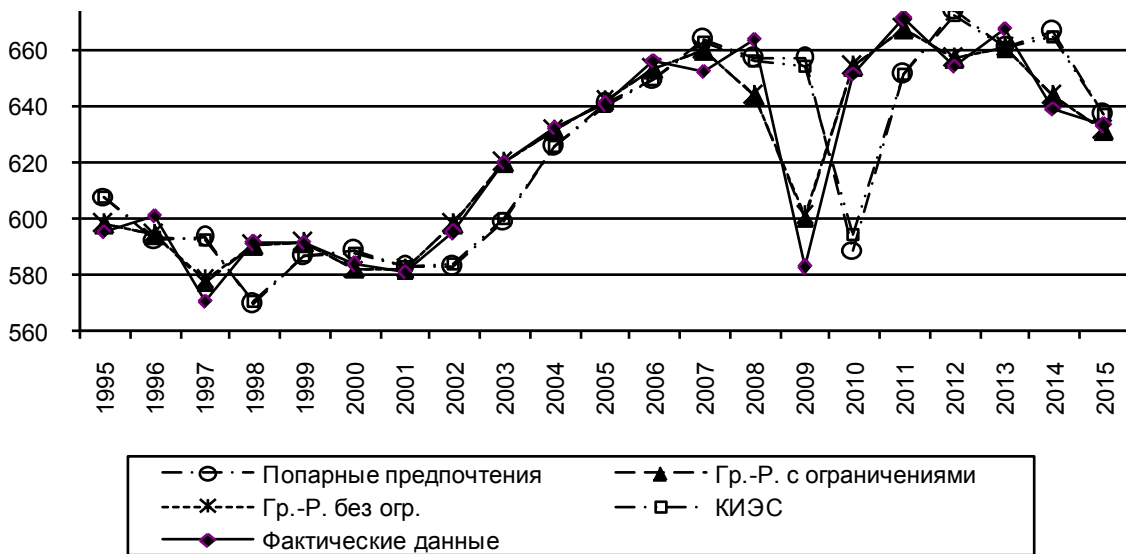


Рис. 4. Ретропрогноз, полученный различными методами, для добычи природного газа (млрд куб. м)

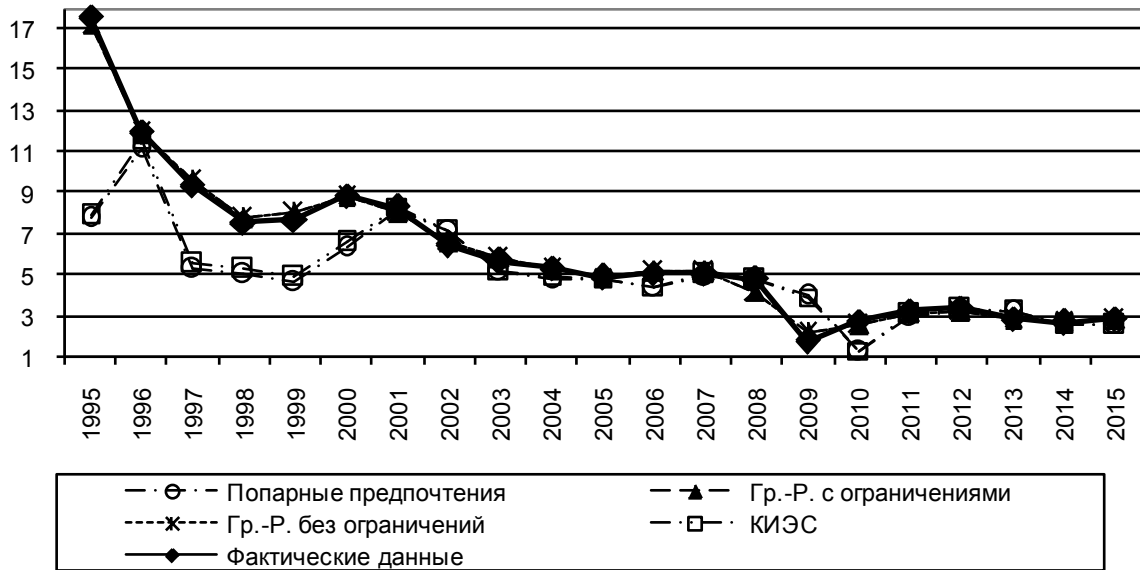


Рис. 5. Ретропрогноз, полученный различными методами, для производства металлорежущих станков (млн штук)

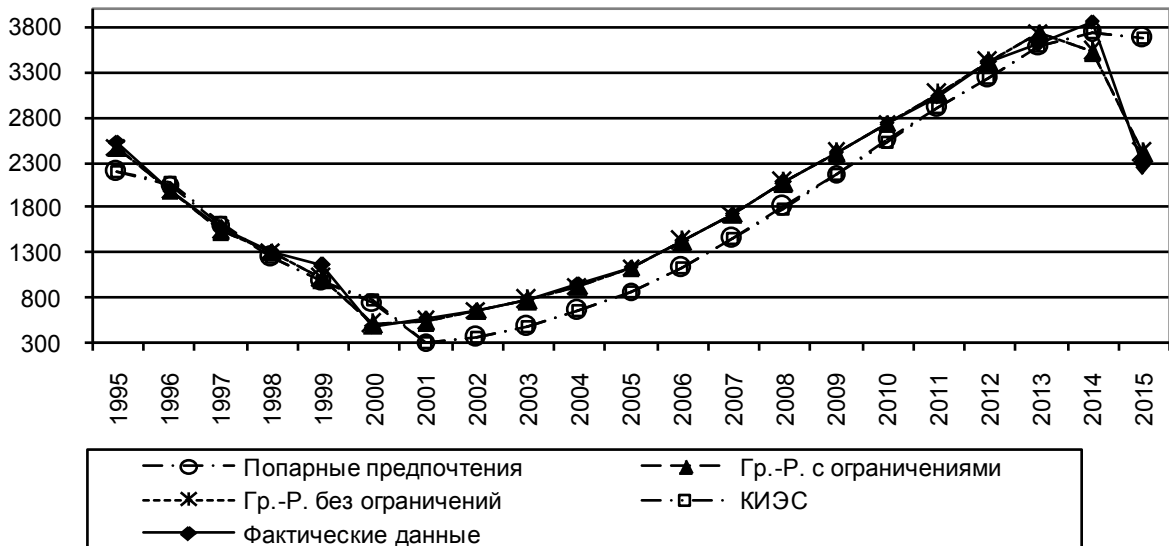


Рис. 6. Ретропрогноз, полученный различными методами, для производства мяса

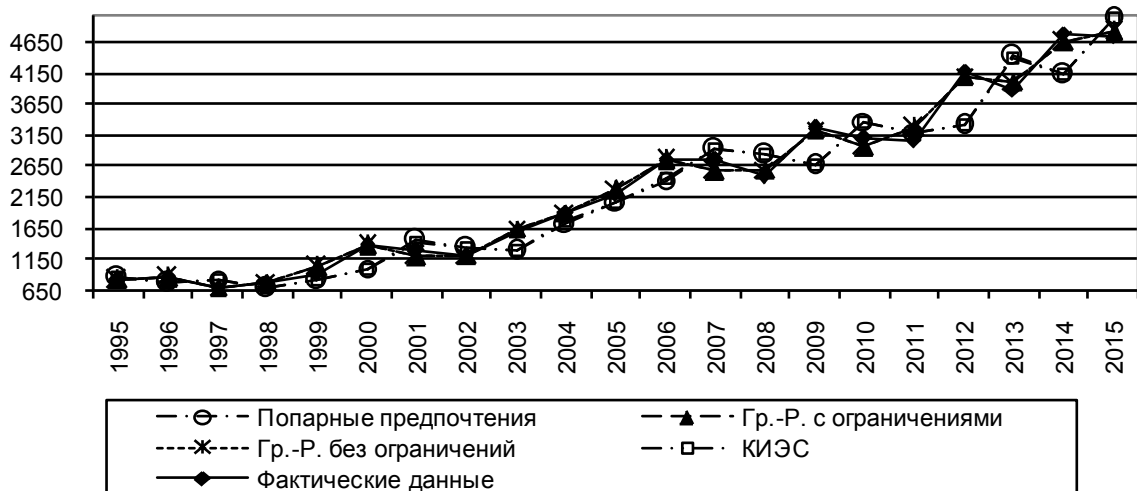


Рис. 7. Ретропрогноз, полученный различными методами, для производства растительного масла (млн т)



Из графиков 1-7 следует, что оба метода Гр.-Р. дают кривые, достаточно близко расположенные к фактическим данным. В то время как объединенные кривые прогнозов по методу парных предпочтений и методу, основанному на расчете весов показателей по коэффициентам парной корреляции между ними, на протяжении всего периода, представленного на графиках, расположены на некотором удалении от фактических данных.

Ряды с небольшими колебаниями в исследуемом периоде, относящиеся к добывающим производствам, не испытывали столь значительных колебаний (электроэнергия, каменный уголь). При этом все методы прогнозирования дают сопоставимую среднюю относительную ошибку, а разница между лучшими и худшими значениями ошибки составляет всего 2-3 пункта. В то время как продукты, имеющие значительные скачки в исследуемом периоде (производство мяса, растительного масла, металлорежущих станков), закономерно дают большую ошибку прогнозирования. Кроме того, разница средней

относительной ошибки между наилучшими и наилучшими значениями объединенных прогнозов, полученных разными методами, велика и может достигать 8-15 пунктов. Хотя необходимо отметить, что даже и в этих случаях методы Гр.-Р. дают хорошее качество прогноза для всех рядов и среднюю относительную ошибку в пределах 5%.

Кроме того, на рис. 1-7 видно, что объединенный прогноз по методам Гр.-Р. очень хорошо повторяет кривую фактических данных на всем протяжении, включая точки, приходящиеся на кризисные годы. В то время как два других метода достаточно хорошо отслеживают фактические данные на тех отрезках, где происходят относительно монотонные изменения наблюдаемых значений. Однако они не улавливают поворотные точки, приходящиеся на периоды кризисов в российской экономике - 1998, 2009 и 2014 гг.

Проанализируем отличия прогнозов на 2016 г., построенных с помощью методов объединения прогнозов, от фактических значений на 2016 г. (см. таблицу 8).

Таблица 8

**Фактические и прогнозные данные о выпуске продуктов, полученные разными методами объединения прогнозов**

Наименование продукта	Фактические данные		Прогноз			КИЭС
			матрица парных предпочтений	методы Грэнджера-Раманатхана		
	2015	2016		с ограничениями	без ограничений	
Производство электроэнергии, млрд кВт·ч	1065,0	1087,0	1065,8	1074,0	1074,1	1072,6
Добыча каменного угля, млн т	372,0	385,0	358,9	372,4	372,3	378,8
Добыча нефти, млн т	502,0	516,0	505,7	507,2	507,2	577,0
Добыча газа, млрд куб. м	633,0	639,1	630,7	637,3	637,4	626,7
Производство металлорежущих станков, млн шт	2,9	3,9	2,5	1,3	1,1	3,8
Производство мяса, млн т	2246,0	2561,0	3583,8	2541,7	2615,9	2089,8
Производство масла растительного, млн т	4732,0	4126,0	4975,3	5068,0	5062,0	4991,5

Анализ данных, приведенных в таблице 8, показывает, что для большинства из рассматриваемых показателей (в пяти случаях из семи) наилучшие и очень близкие между собой результаты дают оба рассмотренных метода Грэнджера-Раманатхана. По двум другим продуктам (производству металлорежущих станков и производству растительного масла) почти все рассмотренные прогнозы сильно отличаются от фактических значений, поскольку в 2016 г. по этим показателям временные ряды испытали резкие скачки. Тем самым были нарушены условия их прогнозирования,

которые не предполагают резких изменений значений ряда. Исключение - производство металлорежущих станков, где метод КИЭС дал близкий к фактическому результат, хотя в остальных случаях прогнозные значения, полученные этим методом, достаточно сильно отличаются от фактических данных.

Таким образом, можно сделать следующие выводы. Объединение прогнозов позволяет улучшить качество прогнозирования временного ряда, так как дает возможность использовать почти всю информацию, имеющуюся в частных прогнозах. Прогнозы, построенные

с использованием методов Грэнджера-Раманатхана, имеют наибольшую точность объединенного прогноза.

### Литература

1. **Березовская М., Райская Н., Френкель А., Горячева И.** Агрегированный индекс - эффективный измеритель инфляции // Вопросы статистики. 1996. № 12. С. 22-25.
2. **Ершов Э.Б.** Об одном методе объединения частных прогнозов // В кн.: Статистические методы анализа экономической динамики. Уч. зап. по статистике. 1973. Т. XXII-XXIII. С. 87-105.
3. **Сурков А.А.** Повышение точности экономического прогнозирования на основе объединения экономических прогнозов // Вестник МФЮА. 2016. № 2. С. 267-276.
4. **Френкель А., Райская Н., Сергиенко Я., Матвеева О.** Индикатор экономики // Экономические стратегии. 2012. № 9. С. 32-39.
5. **Френкель А.А.** Прогнозирование производительности труда: методы и модели. 2-е изд., доп. и перераб. М.: ЗАО Изд-во «Экономика», 2007. 221 с.
6. **Френкель А.А., Волкова Н.Н., Лобзова А.Ф., Романюк Э.И., Сурков А.А.** Объединение прогнозов как фактор повышения качества прогнозирования // Экономика и предпринимательство. 2016. № 11. Ч. 2. С. 1118-1126.
7. **Bates J.M., Granger C.W.J.** The combination of forecasts. // Operational Research Quarterly. 1969. Vol. 20. P. 451-468.
8. **Clemen R.T.** Linear constraints and the efficiency of combined forecasts // Journal of Forecasting. 1986. Vol. 5. P. 31-38.
9. **Granger C.W.J., Ramanathan R.** Improved methods of combining forecasts // Journal of Forecasting. 1984. Vol. 3. P. 197-204.
10. **Gupta S., Wilton P.C.** Combination of forecasts: an extension // Management Science. 1987. Vol. 3. P. 356-371.
11. **Holden K., Peel D.A.** An empirical investigation of combinations of economic forecasts // Journal of Forecasting. 1986. Vol. 5. P. 229-242.
12. **Holden K., Peel D.A. and Thomson J.L.** Economic Forecasting: An Introduction. New York: Cambridge University Press, 1990. 213 p.
13. **Mills T.C., Stepherson M.J.** Forecasting contemporaneous aggregates and the combination of forecasts: The case of the U.K. monetary aggregates // Journal of Forecasting. 1985. Vol. 4. P. 273-281.
14. **Newbold P., Granger C. W. J.** Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts // J. R. Statist. Soc. 1974. Vol. 137. P. 131-164.

## COMPARATIVE ANALYSIS OF METHODS FOR CONSTRUCTING A COMBINED FORECAST

*Alexander A. Frenkel*

*Author affiliation:* Institute of Economics, Russian Academy of Sciences (RAS) (Moscow, Russia). E-mail: ie\_901@inecon.ru.

*Natalia N. Volkova*

*Author affiliation:* Fund «SONAR» (Moscow, Russia). E-mail: lituk.n@gmail.com.

*Anton A. Surkov*

*Author affiliation:* Fund «SONAR» (Moscow, Russia). E-mail: Ie\_901@inecon.ru.

*Evelyn I. Romanyuk*

*Author affiliation:* Institute of Economics, Russian Academy of Sciences (RAS) (Moscow, Russia). E-mail: Romvel57@yandex.ru.

This article is devoted to the highly relevant problem of increasing the accuracy of forecasting time series by combining particular forecasts. Forecasting usually uses only one method, while all the information that is contained in other forecasting methods is discarded. Combining forecasts makes it possible to use almost all information contained in particular forecasts. The article describes some most common methods of combining forecasts: two modifications of the Granger-Ramanathan method (without restrictions and with restrictions on the sum of the coefficients for particular forecasts), the method of the pair preference matrix, and the method of linear combination of particular forecasts with different weights.

Authors use the following frequently used time series prediction methods to obtain particular forecasts: the harmonic weights method, the method of adaptive exponential smoothing using the tracking signal, the conventional exponential smoothing method and the Box-Jenkins model.

This analysis is based on production history of several products manufactured in Russia in 1950–2015: the production of electricity; extraction of hard coal; crude oil production; extraction of natural gas; manufacture of metal-cutting machine tools; meat production; production of vegetable oil. The authors carried out comparative analysis of the statistical characteristics of different combined forecasts. Also, the authors calculated the forecast for each of the indicators for 2016 and compared it with the actual data.

The following conclusions were obtained. The combined forecast has a higher accuracy of forecasting time series. Forecasts constructed using the Granger-Ramanathan approaches have the greatest accuracy of the combined forecast.

*Keywords:* combining of forecasts, time series, forecasting methods for time series.

*JEL:* C53, E27.

## References

1. **Berezovskaja M., Rajskaja N., Frenkel' A., Gorjacheva I.** Agregirovannyj indeks-jeffektivnyj izmeritel' infljicii [The aggregated index is an effective measure of inflation]. *Voprosy statistiki*, 1996, no. 12, pp. 22-25 (In Russ.)
2. **Ershov Je.B.** [On one method of combining private forecasts]. In: *Statisticheskie metody analiza jekonomicheskoy dinamiki. Uch. zap. po statistike, T. XXII-XXIII* [Statistical methods of analysis of economic dynamics. Study notes on statistics, vol. XXII-XXIII]. 1973, pp. 87-105 (In Russ.).
3. **Surkov A.A.** Povyshenie tochnosti jekonomicheskogo prognozirovanija na osnove ob#edinenija jekonomicheskikh prognozov [Improving the accuracy of economic forecasting by combining economic forecasts]. *Vestnik MFJuA*, 2016, no. 2, pp. 267-276 (In Russ.).
4. **Frenkel' A., Rajskaja N., Sergienko Ja., Matveeva O.** Indikator jekonomiki [Indicator of economy]. *Jekonomicheskie strategii*, 2012, no. 9, pp. 32-39 (In Russ.).
5. **Frenkel' A.A.** Prognozirovanie proizvoditel'nosti truda: metody i modeli. 2-e izd., dop. i pererab [Forecasting labor productivity: methods and models. Second edition revised and updated]. Moscow, Jekonomika, 2007, 221 p. (In Russ.).
6. **Frenkel' A.A., Volkova N.N., Lobzova A.F., Romanjuk Je.I., Surkov A.A.** Ob#edinenie prognozov kak faktor povyshenija kachestva prognozirovanija [Combining forecasts as a factor in improving forecasting quality]. *Jekonomika i predprinimatel'stvo*, 2016, no. 11, ch.2, pp. 1118-1126. (In Russ.).
7. **Bates J.M., Granger C.W.J.** The combination of forecasts. *Operational Research Quarterly*. 1969. Vol. 20. P. 451-468.
8. **Clemen R.T.** Linear constraints and the efficiency of combined forecasts. *Journal of Forecasting*. 1986. Vol. 5. P. 31-38.
9. **Granger C.W.J., Ramanathan R.** Improved methods of combining forecasts. *Journal of Forecasting*. 1984. Vol. 3. P. 197-204.
10. **Gupta S., Wilton P.C.** Combination of forecasts: an extension. *Management Science*. 1987. Vol. 3. P. 356-371.
11. **Holden, K., Peel D.A.** An empirical investigation of combinations of economic forecasts. *Journal of Forecasting*. 1986. Vol. 5. P. 229-242.
12. **Holden K., Peel D.A., Thomson J.L.** *Economic Forecasting: An Introduction*. New York: Cambridge University Press, 1990. 213 p.
13. **Mills T.C., Stepherson M.J.** Forecasting contemporaneous aggregates and the combination of forecasts: The case of the U.K. monetary aggregates. *Journal of Forecasting*. 1985. Vol. 4. P. 273-281.
14. **Newbold P., Granger C.W.J.** Experience with forecasting univariate time series and the combination of forecasts. *J. R. Statist. Soc.* 1974. Vol. 137. P. 131-164.