

## НЕКОТОРЫЕ ПРОБЛЕМЫ ТЕОРИИ ИНДЕКСОВ В МЕЖДУНАРОДНЫХ СОПОСТАВЛЕНИЯХ ВВП\*

---

Ю.Н. Иванов

В статье излагаются вопросы теории индексов цен и количеств, применяющихся в международных многосторонних сопоставлениях валового внутреннего продукта (ВВП) по паритетам покупательной способности валют, осуществляемых Всемирным банком в соответствии с решением Статистической комиссии ООН. Это касается индексов Фишера, ЭКШ, Гири-Камиса и Уолша. Относительные достоинства и ограничения этих индексов десятилетиями обсуждаются на различных форумах и на страницах специальной литературы, включая СНС 1993 и СНС 2008. Однако вряд ли эту дискуссию можно считать законченной из-за сложного характера проблем и необходимости углубления в суть порой противоположных точек зрения специалистов (Р. Стоуна, И. Крэвиса, П. Хилла, Э. Диерта и др.).

Автором рассматриваются тесты аксиоматической теории индексов (транзитивность, обратимость факторов, независимость от выбора базисной страны и некоторые другие) и степень их удовлетворения вышеформулами индексов. В этой связи, в частности, отмечается, что в рамках международных сопоставлений различие между индексами Ласпейреса и Пааше может быть более существенным по сравнению с традиционными индексами цен и количеств, и это затрудняет экономическую интерпретацию индекса Фишера (усредняющего индексы Ласпейреса и Пааше), который, кроме того, не удовлетворяет требованию аддитивности. В качестве иллюстрации приведены данные из материалов по сопоставлению национального дохода СССР и других стран Совета Экономической Взаимопомощи, проведенному за 1988 г., и сделаны выводы: различия в экономических потенциалах СССР и других стран этой организации были весьма существенными и поэтому различие между индексами Ласпейреса и Пааше было очень большим.

Аргументируется привлекательность формулы Гири-Камиса, в основе которой лежит оценка ВВП в средних международных ценах и которая удовлетворяет многим тестам аксиоматической теории. Одно из важных достоинств формулы Гири-Камиса, по мнению автора, состоит в том, что использование в сравнительном анализе международных цен имеет ясную экономическую интерпретацию.

**Ключевые слова:** аксиоматическая теория, транзитивность, аддитивность, тест, сопоставление, ограничение, индекс Фишера.

JEL: C43, E01, P52.

Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы рассмотреть некоторые вопросы теории агрегированных индексов применительно к проблематике международных сопоставлений ВВП. Это вопросы об относительных преимуществах и ограничениях индексов Ласпейреса, Пааше, Фишера, ЭКШ, Гири-Камиса (далее ГК), Уолша и некоторых других. Методы агрегирования индексов десятилетиями обсуждаются и рассматриваются на различных форумах и на страницах специальной литературы, включая рекомендации по разработке системы национальных счетов (СНС 1993 и СНС 2008). Некоторый консенсус по этим вопросам на данном этапе зафиксирован в Программе международных сопоставлений ВВП (ПМС), реализуемой Всемирным банком в соответствии с решением Статис-

тической комиссии ООН. Однако дискуссия по этой теме далека от завершения ввиду сложного характера проблем и порой полярных точек зрения специалистов по принципиальным вопросам. Как отмечено ниже, некоторые положения международных документов по данной теме основаны на постулятах, отношение к которым различных экспертов в этой области неоднозначно. Так что можно предположить, что дискуссия по этим вопросам продолжится, и одна из целей данной статьи состоит в том, чтобы привлечь внимание заинтересованного читателя к этой дискуссии и проблематике.

Эта статья инспирирована монументальной монографией Э.Б. Ершова «Ситуационная теория индексов цен и количеств», опубликованной издательством «Мысль» в 2011 г.

\* Иванов Юрий Николаевич (yuni1937@mail.ru) - д-р экон. наук, профессор, научный руководитель кафедры статистики Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (г. Москва, Россия).

\* Автор выражает признательность члену группы экспертов Всемирного банка С.М. Сергееву за полезные замечания и предложения к проекту этой статьи.

Хотя в этой монографии автор не рассматривает вопросы международных сопоставлений ВВП, отмечая, что они довольно специфичны и требуют отдельного рассмотрения, тем не менее вопросы индексов цен и количеств, подробно рассмотренные в монографии, имеют немало общего с проблематикой международных сопоставлений, а многие формулы традиционных индексов цен и количеств широко используются в контексте международных сопоставлений ВВП. Паритет покупательной способности валют представляет собой пространственный индекс цен, а проблемы с исчислением этого индекса схожи с проблемами исчисления традиционных индексов цен. Э.Б. Ершов ставит в своей монографии под сомнение некоторые положения классической (аксиоматической) теории индексов, рассматривает точки зрения различных экспертов (У.Э. Диверт, Б.М. Балк и др.) и приводит свою трактовку.

Один из важных вопросов методологии многосторонних международных сопоставлений ВВП связан с выбором наиболее адекватной формулы исчисления паритетов покупательной способности. Одно из основных требований к этой формуле состоит в том, что ее применение должно обеспечить транзитивность оценок паритетов покупательной способности валют (ППС) для всех пар стран и, следовательно, и относительных оценок реального ВВП, получаемых в рамках многостороннего сопоставления. Это требование обычно представляется следующим образом:

$$I_{A/B} = I_{A/C} : I_{B/C}, \quad (1)$$

где  $I_{A/B}$  - индекс цен (количеств) в стране  $A$  по сравнению с ценами (количествами) в стране  $B$ ;  $I_{A/C}$  - индекс цен (количеств) в стране  $A$  по сравнению с ценами (количествами) в стране  $C$ ;  $I_{B/C}$  - индекс цен (количеств) в стране  $B$  по сравнению с ценами (количествами) в стране  $C$ .

Индексы являются транзитивными, если выполняется равенство (1). Требование транзитивности результатов многосторонних сопоставлений является обязательным, так как его невыполнение может повлечь несогласованность результатов сопоставления, их возможную противоречивость. Обеспечение транзитивности возможно разными методами (подробно описанными в специальной лите-

ратуре), каждый из которых, как правило, основан на некотором компромиссе между различными требованиями теоретического характера. Как отмечается в международных рекомендациях по статистике цен<sup>1</sup>, перечень тестов аксиоматической теории индексов, на основе которых определяются наиболее оптимальные формулы индексов, «неизбежно носит несколько произвольный характер». В связи с этим выбор того или иного метода агрегирования индексов, как правило, предполагает определенную «цену», приемлемость которой может быть различной с точки зрения разных экспертов.

В настоящее время в рамках Программы международных сопоставлений ВВП по паритетам покупательной способности валют в качестве основной используется формула ЭКШ (начальные буквы фамилий авторов Элтете, Кевеша, Шульца), удовлетворяющая требованию транзитивности индексов. В ее основе лежит исчисление многостороннего индекса (ППС или количеств), получаемого усреднением: а) индекса Фишера, полученного в результате прямого двустороннего сопоставления показателей для данной пары стран с двойным весом и б) индексов Фишера для той же пары стран, полученных косвенным образом через страны-посредники, которыми последовательно должны быть все страны многостороннего сопоставления. Любые двусторонние индексы могут быть использованы в формуле ЭКШ, но традиционно используются индексы Фишера. Для исчисления ЭКШ применяется следующая формула взвешенного геометрического индекса, которая обеспечивает требование инвариантности от выбора базисной страны:

$$\cdot EKS_s = \left( \prod_{i=1}^n \frac{tF_j}{sF_j} \right)^{\frac{1}{n}}, \forall t, s, \quad (2)$$

где  $\cdot EKS_s$  обозначает паритет покупательной способности (ППС) между валютой страны  $s$  и валютой страны  $t$ ;  $tF_j$ ,  $sF_j$  - ППС по формуле Фишера между валютой стран  $t$  и  $s$  и валютой страны  $j$  (если  $j = s$  или  $j = t$ , тогда это прямой ППС между странами  $t$  и  $s$ ); соотношения между  $tF_j$ ,  $sF_j$  дают косвенный ППС между странами  $t$  и  $s$ ;  $n$  обозначает число стран, участвующих в сопоставлении.

В основе формулы ЭКШ ( $\cdot EKS_s$ ) лежит предположение о том, что для каждой пары стран, взятой в отдельности, индекс Фишера обес-

<sup>1</sup> Руководство по индексу потребительских цен: теория и практика. Издание МОТ, 2004.

печивает наилучший результат. Так как индексы Фишера не удовлетворяют требованию транзитивности, то их следует модифицировать таким образом, чтобы модифицированные индексы в минимально возможной степени отличались от исходных индексов Фишера и одновременно удовлетворяли требованию транзитивности. Эта модификация осуществляется с помощью приведенной выше формулы (2). Например, если сопоставление проводится для четырех стран:  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , то по формуле ЭКШ паритет покупательной способности валюты страны  $A$  по сравнению с валютой страны  $B$  может быть исчислен следующим образом:

$$\text{ЭКШ}_{A/B} = \sqrt[4]{(F_{A/B})^2 (F_{A/C} : F_{B/C}) (F_{A/D} : F_{B/D})}, \quad (3)$$

где под корнем представлены индекс Фишера для стран  $A$  и  $B$ , полученный на основе прямого сопоставления с двойным весом, и индексы Фишера для этой же пары стран, полученные косвенным образом через страны-посредники  $C$  и  $D$ . Аналогичным образом может быть исчислен  $\text{ЭКШ}_{A/C}$  и  $\text{ЭКШ}_{A/D}$ .

Надо признать, что упомянутое выше обоснование метода ЭКШ выглядит с формальной точки зрения достаточно логичным и убедительным. Однако экономическая интерпретация индекса Фишера, лежащего в основе ЭКШ, представляется не вполне ясной. Например, при сопоставлении ВВП большой и маленькой страны (скажем, США и Монголии) обе страны выступают в индексе Фишера как равноправные, что затрудняет интерпретацию его содержания, так как игнорируются их различные экономические потенциалы, различия в структуре их экономик. Чем больше различия между сопоставляемыми странами в экономических потенциалах и структурах экономики, тем труднее интерпретировать индексы Фишера<sup>2</sup>. Ирвинг Кревис, один из признанных авторитетов в этой области, отмечает в [5], что индекс Фишера трудно обосновать теоретически и что он используется как удобный

компромисс для усреднения индексов Ласпейреса и Пааше.

Как известно, в соответствии с эффектом Гершенкrona индексы Ласпейреса, как правило, больше индексов Пааше, но степень этого опережения индекса Ласпейреса в международных сопоставлениях может быть намного большей, чем в традиционных индексах цен, так как при исчислении последних рекомендуется менять базисный год не реже, чем через пять лет. В международных сопоставлениях нет базисной страны как аналога базисного года в традиционных индексах. Упомянутое соотношение между индексами Ласпейреса и Пааше общепризнано и документировано, однако интерпретация этого соотношения может быть различной. Вот что можно прочитать на эту тему в СНС 1993: «Прямые количественные сопоставления между экономическими ситуациями, имеющими мало общих черт, весьма проблематичны не только в плане нахождения достаточных общих данных для обоснованного сопоставления, но и с концептуальной и теоретической точки зрения. Действительно, может наступить такой момент, когда попытки таких сопоставлений утрачивают смысл»<sup>3</sup>. Этот текст оставляет впечатление, что авторы СНС 1993, по-видимому, признают возможные проблемы с интерпретацией индекса Фишера, но отмечают его привлекательность для международных организаций, «которые не придают первостепенного значения структурам цен или расходов в любой из сравниваемых стран».

Далее они рекомендуют в качестве основного метода многосторонних сопоставлений использовать метод ЭКШ (в основе которого лежит индекс Фишера), который к тому же не обеспечивает важное требование аддитивности<sup>4</sup>. Как отмечает С.М. Сергеев в [6], неаддитивность ЭКШ может привести к парадоксальным результатам: средний индекс может оказаться больше или меньше всех ус-

<sup>2</sup> В свое время в рамках Совета Экономической Взаимопомощи проводились сопоставления национального дохода СССР с другими странами этой организации; это были прямые двусторонние сопоставления, и результаты этих сопоставлений представляли собой индексы Фишера, однако значительные различия в размерах и структурах экономики СССР и других стран этой организации затрудняли их интерпретацию. Различие между индексами Ласпейреса с весами СССР и индексами Пааше с весами страны - партнера СССР было очень существенным. Например, по данным сопоставления за 1988 г., соотношение душевого национального дохода Польши и СССР составило в ценах Польши 92,7, а в ценах СССР - 109,3; другими словами, индексы Ласпейреса и Пааше имели различные знаки. В связи с этим было принято решение о проведении сопоставлений на основе многостороннего метода ГК, однако они были проведены только на экспериментальной основе.

<sup>3</sup> Система национальных счетов 1993 / Европейская комиссия, МВФ, ОЭСР, ООН, Всемирный банк. - Нью-Йорк, 1995.

<sup>4</sup> Требование аддитивности означает, что ППС для показателя в целом и для его составных элементов должны быть рассчитаны таким образом, что результаты пересчета в сравнимую валюту для показателя в целом должны быть согласованы с результатами пересчета его компонентов. Это требование в литературе часто упоминается как требование внутренней согласованности (определение С.М. Сергеева).

редняемых индексов; это несоответствие в специальной литературе называется нарушением теста среднего («average test»). Таким образом, «цена» за применение формулы ЭКШ - это отказ от аддитивности и не вполне ясная интерпретация индекса Фишера; эти требования, по-видимому, принесены в жертву обеспечению транзитивности.

Кроме того, исчисление индексов Фишера косвенным методом в формулах (2) и (3) через страну-посредницу (*bridge country*) тоже не является идеальным методом, так как на соотношение показателей для данной пары стран (в нашем примере *A* и *B*) влияет структура показателя страны-посредницы (в нашем примере *C* и *D*), в которой может не оказаться товаров, репрезентативных для стран *A* и *B*<sup>5</sup>, и этот искажающий фактор может быть очень существенным. Косвенные сопоставления через страну-посредницу (*bridge country*), структура и экономический потенциал которой несопоставимы, имеют очень ограниченный экономический смысл или вообще не имеют его. В самом деле, какой смысл в сопоставлении ВВП, проводимом ОЭСР, сравнивать Австралию с Новой Зеландией через Мексику или через Турцию, или сравнивать США и Канаду через Португалию или через Словакию?

В теории индексов цен также известен индекс Торнквиста. Наряду с индексом Фишера, индекс Торнквиста предложен в международных рекомендациях по статистике цен<sup>6</sup> как один из наиболее оптимальных. Он представляет собой средний геометрический индекс из индексов для наименьших товарных групп, взвешенных по средним арифметическим долям соответствующих товарных групп в отчетном и базисном периодах. Индекс Торнквиста удовлетворяет требованию обратимости во времени, но не требованию аддитивности, его значение может находиться за пределами индексов Ласпейреса и Пааше, и он не удовлетворяет требованию обратимости факторов. Тем не менее в некоторых странах индекс Торнквиста ис-

пользуется для исчисления ИПЦ. В международных рекомендациях по статистике цен отмечается теоретическая возможность использования индекса Торнквиста для исчисления индекса ЭКШ, однако конкретные применения в официальных международных сопоставлениях неизвестны.

В СНС 2008 также отмечаются возможные трудности с экономической интерпретацией индекса Фишера (особенно в случае больших различий между индексами Ласпейреса и Пааше) и его ограничения (неаддитивность, нетранзитивность в многосторонних сопоставлениях), и тем не менее формулу Фишера рекомендуется применять как в традиционных индексах цен и количеств, так и в международных сопоставлениях. Авторы СНС 2008, отмечая возможные большие расхождения между индексами Ласпейреса и Пааше в международных сопоставлениях, делают вывод о том, что «это говорит в пользу применения такой формулы индекса, как формула Фишера, которая симметрично использует информацию о ценах и количествах обеих стран»<sup>7</sup>. Однако этот вывод говорит только о том, что индекс Фишера - удобный практический компромисс. Симметричная трактовка цен и количеств обеих стран рассматривается априори как аксиома.

Таким образом, авторы СНС 2008 постулируют тезис о том, что достоинство индекса Фишера состоит в том, что он основан на симметричной трактовке стран и периодов в традиционных индексах цен. Однако этот постулат не обоснован, и с ним можно соглашаться или не соглашаться<sup>8</sup>. Далее авторы СНС 2008, рассматривая методы многосторонних сопоставлений, рекомендуют использовать формулу индекса ЭКШ, обеспечивающую транзитивность индексов, но не требование аддитивности. Понятно, что рекомендация о применении в прямых двусторонних сопоставлениях формулы Фишера и симметричной трактовке всех стран<sup>9</sup> логически требуют использования в многосторонних сопоставлениях формулы ЭКШ. Как

<sup>5</sup> Если косвенный метод применяется на уровне наименьших товарных групп, то искажение может быть минимизировано, но не исключено.

<sup>6</sup> Руководство по индексу потребительских цен: теория и практика. Издание МОТ, 2004.

<sup>7</sup> Система национальных счетов 1993 / Европейская комиссия, МВФ, ОЭСР, ООН, Всемирный банк. - Нью-Йорк, 1995.

<sup>8</sup> Развернутая критика формулы индекса Фишера дана Петером фон дер Липпе; он отмечает среди прочего, что одобрение этого индекса в СНС 1993 объясняется исключительной ориентацией на формальные аспекты (см.: Статистика цен. Издание Федерального статистического управления Германии, 1998).

<sup>9</sup> Следует отметить, что метод ЭКШ используется на экспериментальной основе также в расчетах ИПЦ - см. Diewert W.E. (2013) «The Consumer Price Index: Recent Developments». [http://econ.sites.olt.ubc.ca/files/2013/10/pdf\\_paper\\_erwin-diewert-13-12-Developments.pdf](http://econ.sites.olt.ubc.ca/files/2013/10/pdf_paper_erwin-diewert-13-12-Developments.pdf)

достоинство формулы индекса ЭКШ отмечается то, что на его значение не влияют относительные размеры стран, и то, что она придает равные веса сопоставляемым странам. Это достоинство снова представляется как некоторый недоказанный постулат. Ирвинг Кревис отмечает в [5], что ЭКШ игнорирует тот факт, что одни страны могут быть более важными и большими, чем другие, и что наиболее естественный путь принять во внимание относительную экономическую важность стран состоит во введении в формулу их относительных весов.

Индекс Ласпейреса используется в ПМС как элемент индекса Фишера. Следует отметить, что индекс цен по формуле Ласпейреса, согласно современным представлениям, возможно, содержит искажение (bias), так как он не учитывает влияние так называемого эффекта «замещения», который состоит в том, что покупатели, реагируя на изменения относительных цен, начинают приобретать более дешевые разновидности товаров, удовлетворяющих ту же или схожую потребность; например, начинают покупать подешевевшую баранину вместо подорожавшей говядины. В США в конце прошлого века Комиссия конгресса под руководством сенатора М. Боскина, созданная для анализа методологии исчисления индекса потребительских цен, пришла к выводу, что формула Ласпейреса может завышать индекс цен ввиду неучета эффекта замещения и недостаточного отражения различий в качестве (прежде всего в отношении быстро меняющегося качества сложных в технологическом отношении продуктов), особенно в том случае, если базисный год значительно отстоит от текущего. Эффект замещения отмечен в международных рекомендациях по статистике цен, а также в СНС 2008; он требует относительно частого пересмотра базисного периода, что должно сократить влияние неучета эффекта замещения. Справедливо ради следует отметить, что не все эксперты разделяют концепцию замещения. Например, ее критикует известный немецкий статистик Петер фон дер Липпе<sup>10</sup>.

Применение формулы индекса Фишера в международных сопоставлениях (как и в традиционных индексах) нередко обосновывается влиянием эффекта Гершенкрона, кото-

рый состоит в том, что индексы Ласпейреса, как правило, больше индексов Пааше, и потребностью получить однозначный результат сопоставления для каждой пары стран; индексы Ласпейреса и Пааше часто рассматриваются как верхние и нижние границы, в пределах которых может находиться «истинное» значение индекса.

Тезис об искажении предполагает в неявной форме существование некоторого «истинного» значения индекса, однако определением этого истинного значения индекса аксиоматическая теория индексов, лежащая в основе индекса Фишера, не занимается. Поиском истинного значения индекса цен (true cost of living index) занимается экономическая теория индексов, предложенная в свое время советским экономистом А.А. Конюсом, в которой определение истинного значения индекса цен опирается на постулаты, отличные от тех, которые лежат в основе индекса Фишера. В соответствии с экономической теорией индексов «истинное» (теоретически обоснованное) значение индекса цен (индекса стоимости жизни) получается путем сопоставления минимальных расходов домашних хозяйств на товары в двух периодах, которые обеспечивают ту же самую полезность, возможно приносимую разными товарами. Экономическая теория индексов соприкасается с кривой безразличия Парето, в соответствии с которой покупатель может извлекать одинаковую полезность из различных продуктов.

Например, с точки зрения кривой безразличия Парето, потребитель может извлекать ту же полезность от одного килограмма яблок или от двух килограммов бананов. Если потребитель приобретал яблоки в одном периоде, а бананы в другом периоде, то истинный индекс цен будет определяться соотношением цен на яблоки и бананы при условии, что яблоки и бананы обеспечивают ту же самую полезность. На практике трудно апробировать экономическую теорию индексов, так как статистика имеет дело не с абстрактными полезностями, а с конкретными продуктами и конкретными измерителями (килограммы, штуки, метры). На этом основании нельзя с порога отвергать концепцию экономической теории индексов; она, как пред-

<sup>10</sup> См.: Статистика цен. Издание Федерального статистического управления Германии, 1998.

ставляется интуитивно, содержит рациональное зерно, и возможны некоторые ее аппроксимации на практике, поиском которых занимаются многие эксперты. С точки зрения экономической теории индексов, один из недостатков аксиоматической теории состоит в предположении независимости между изменениями цен и количеств. Аксиоматическая теория индексов занимается вопросами обеспечения согласованности индексов (обеспечения определенных тестов) и не ставит задачу определения истинного значения. И. Фишер, основатель аксиоматической теории индексов,ставил своей задачей определение такой формулы, которая могла бы быть применена для исследования любого предмета. С таким подходом принципиально не согласны сторонники экономической теории индексов; они критикуют сторонников аксиоматической теории за механическую, упрощенную трактовку процессов, отражаемых в совместной динамике цен и количеств<sup>11</sup>.

Тем не менее существует достаточно распространенная интерпретация индекса Фишера как «истинного» значения соотношения цен или количеств. Разрабатывая формулу индекса Фишера, ее автор считал, что она должна удовлетворять двум важным требованиям (тестам) аксиоматической теории, основы которой разработаны им самим: требованию обратимости во времени и требованию обратимости факторов. Требование обратимости во времени выполняется, если произведение индекса цен (или количеств) в текущем периоде (1) к базисному (0) и индекса цен (или количеств) в базисном периоде (0) к текущему периоду (1) равно единице. Применительно к проблематике международных сопоставлений требование обратимости во времени трансформируется в требование инвариантности от выбора базисной страны. Требование обратимости факторов говорит о том, что индекс стоимости некоторой совокупности товаров должен быть равен произведению индексов цен и количеств для этой же совокупности. Действительно, это два важных, логически выведенных требования, которые призваны обеспечить согласованность исчисляемых индексов, но ни о каком «истинном» значении индекса Фишера речь, по-видимому,

не шла. Индекс Фишера - удобный инструмент получения однозначного результата расчета, который удовлетворяет ряду логических требований согласованности. Индекс Фишера рассматривается как адекватная формула прямых двусторонних международных сопоставлений, которые осуществляются в отрыве от сопоставлений других пар стран. Конечно, если две страны *A* и *B* решают провести сопоставление их ВВП отдельно от сопоставлений с другими странами, то применение индекса Фишера может оказаться подходящим практическим решением в силу необходимости, но вряд ли эту необходимость следует возводить в ранг достоинства с точки зрения теории. Если теперь каждая из стран *A* и *B* проведет сопоставление со страной *B*, то весьма возможно, что результаты этих сопоставлений будут противоречивыми в силу особенностей формулы Фишера.

Как отмечается в монографии, подготовленной профессорами Пенсильванского университета во главе с И. Кревисом [5], недостаток прямых парных сопоставлений состоит в том, что они не используют всю возможную информацию о ценах и количествах для определения соотношения для данной пары стран, так как страны существуют не в изолированном мире, и необходимо принимать во внимание их связи в интегрированной мировой экономике. Для сопоставления ВВП двух стран представляется предпочтительным использовать более общие соизмерители, выражющие закономерности и соотношения в мировой экономике, долю отдельных стран в мировой экономике.

Одно из требований прямых парных сопоставлений известно как требование характерности весов, которое означает, что на результат сопоставления данной пары стран не должны влиять данные какой-либо третьей страны, однако требование характерности весов несовместимо с требованием транзитивности, важным в контексте многосторонних сопоставлений, и поэтому индекс Фишера как результат прямого парного сопоставления, удовлетворяющий требованию характерности весов, не может быть прямо использован для многосторонних сопоставлений. И. Кревис отмечает [5, с. 55],

<sup>11</sup> Систематический анализ аксиоматической и экономической теорий индексов в контексте международных сопоставлений содержится в работе W.E. Диверта [12].

что целесообразно стремиться к выполнению требования характерности весов, но не за счет других требований (подчеркнуто нами. - Ю.И.). Требование характерности весов в формулировке, приведенной выше, - это требование прямых двусторонних сопоставлений, но оно может быть сформулировано в несколько измененном виде и применительно к многосторонним сопоставлениям. Например, требование характерности весов для многосторонних сопоставлений может означать, что применяемые для расчета паритетов покупательной способности валют системы весов должны в достаточной степени отражать особенности структур показателей и структур цен всех изучаемых стран; это определение, по-видимому, сложнее обеспечить на практике. Это отмечает С.М. Сергеев в [2].

Вопрос о применении различных формул индексов в национальных счетах рассмотрен одним из создателей СНС Р. Стоуном в его монографии «Quantity and price indexes in national accounting», опубликованной ОЕЕС в 1956 г. В этой монографии Р. Стоун отмечает целесообразность отдельного представления индексов Ласпейреса и Пааше и полезность использования формулы индекса Фишера как технического приема (подчеркнуто нами. - Ю.И.) для устранения различий между индексами Ласпейреса и Пааше.

Следует отметить, что в современных международных рекомендациях по статистике цен<sup>12</sup> предпочтение отдается формуле индекса Фишера, которая удовлетворяет значительному числу тестов аксиоматической теории. Рекомендации международных организаций по статистике цен говорят о том, что индекс Фишера лучше, чем другие известные формулы индексов с точки зрения тестов аксиоматической теории (важность которых может быть различной), выбор которых может быть, как отмечено выше, достаточно произвольным. Этот вывод подвергается сомнению Э.Б. Ершовым в упомянутой выше монографии [1]. Он отмечает среди прочего, что набор тестов, на основе которого сделан вывод о преимуществе формулы Фишера, не полный и, в частности, не включает тест не-

зависимости исчисления индекса от агрегирования расходов (другое название теста аддитивности, приведенного выше). Анализируя различные точки зрения на преимущества формулы Фишера, Э.Б. Ершов приходит к выводу о том, что «применение индексов Фишера не имеет теоретического обоснования, несмотря на то, что они появляются при рассмотрении некоторых ситуаций с позиций экономического направления и классической теории индексов, но простота расчетов индексов Фишера и «среднее» расположение их значений по отношению к индексам Ласпейреса и Пааше, а также их обнаруженные соотношения с другими индексами, позволяют использовать их в практических целях» [1, с. 131]. Э.Б. Ершов ставит под сомнение некоторые положения классической теории индексов, которая, по его словам, имеет дело со статическими ситуациями, для которых цены в сравниваемых состояниях она считает постоянными и игнорирует то, как они изменились в этих периодах, и формулирует предложения по преодолению этого ограничения. В рамках данной статьи не представляется возможным рассмотреть эти предложения.

Для международных организаций формулы Фишера и ЭКШ привлекательны, так как они не дискриминируют страны с точки зрения их размеров и экономического потенциала (они нейтральны в этом смысле), и в то же время формула ЭКШ обеспечивает требование транзитивности.

Возвращаясь теперь к проблематике международных сопоставлений, представляется целесообразным кратко рассмотреть второй метод многосторонних сопоставлений, который используется в ПМС для анализа структурных различий, но который на ранних этапах этих сопоставлений был основным<sup>13</sup>. Это метод ГК, разработанный ирландцем Гири (общие концептуальные аспекты) и ливанцем Камисом (математические вычислительные аспекты). Этот метод позволяет одновременно исчислить средние международные цены в условной международной валюте и паритеты покупательной способности валют. Математически задача сво-

<sup>12</sup> Руководство по индексу потребительских цен: теория и практика. Издание МОТ, 2004.

<sup>13</sup> Следует отметить недавно предпринятые попытки использовать метод ГК при исчислении ИПЦ (см. Chessa A. (2015) «Towards a generic price index method for scanner data in the Dutch CPI». URL: <http://www.stat.go.jp/english/info/meetings/og2015/pdf/t1s1room2.pdf>).

дится к решению системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} \bar{P}(i) = \sum_{j=1}^N p(i,j) \times PPP(j) \times \frac{q(i,j)}{Q(i)} ; \quad i=1,2,3,\dots,M; \\ PPP(j) = \sum_{i=1}^M [\bar{P}(i)/p(i,j)] \times \frac{w(i,j)}{W(j)} ; \quad j=1,2,3,\dots,N; \end{cases} \quad (4)$$

где  $p(i,j)$ ,  $q(i,j)$  - цена и количество  $i$ -го товара в  $j$ -й стране;  $Q(i)$  - общее количество  $i$ -го товара во всех странах;  $w(i,j)$  - стоимостный объем показателя  $i$ -го товара в  $j$ -й стране в национальной валюте;  $W(j)$  - стоимостный объем показателя  $j$ -й страны в национальной валюте;  $\bar{P}(i)$  - средневзвешенная международная цена на  $i$ -й товар;  $PPP(j)$  - ППС валюты  $j$ -й страны по отношению к международной валюте,  $PPP(N)=1$ .

Задавая  $PPP(N) = 1$ , международные цены приводятся к масштабу цен  $N$ -й страны. Метод инвариантен к выбору масштаба, то есть валюта любой страны может быть выбрана в качестве точки отсчета (результаты от этого не меняются).

ППС по методу ГК удовлетворяют требованиям инвариантности от выбора базисной страны, транзитивности и аддитивности. Несомненным достоинством метода ГК является то, что средние международные цены имеют ясную экономическую интерпретацию. Средняя международная цена получается делением общей стоимости всех продуктов данного вида в сравнимой валюте на общее количество данного продукта<sup>14</sup>.

Авторы СНС 1993 рекомендуют применять формулу ГК для структурного анализа, однако соотношения между показателями той или иной пары стран по методу ГК могут не совпадать с соотношениями по методу ЭКШ. Возможно, что такая, с нашей точки зрения, не вполне последовательная рекомендация отражала некоторый компромисс среди специалистов в этой области, принимавших решения по методологии международных сопоставлений.

Авторы СНС 2008 также рассматривают формулу ГК и рекомендуют ее для структурного анализа в средних международных ценах. Отмечая преимущества этого метода (транзитивность, аддитивность и ряд других

тестов аксиоматической теории), они тем не менее отмечают как его недостаток то, что средние международные цены будут тяготеть к ценам больших стран и, как следствие, относительно занижать значение индекса объема больших в экономическом отношении стран и относительно завышать значение индекса объема небольших в экономическом отношении стран. Однако сторонники метода ГК не считают эту зависимость важным недостатком или, по крайней мере, они готовы примириться с этим недостатком. Таким образом, трактовка проблем многосторонних сопоставлений ВВП практически идентична в СНС 1993 и СНС 2008, хотя их разделяют 25 лет. Положения СНС 2008 практически совпадают с принципами методологии ПМС.

Сравнительный анализ различных методов многосторонних сопоставлений содержится в монументальной монографии «A system of international comparisons of gross product and purchasing power» (опубликованной Всемирным банком в 1975 г.), написанной профессорами Пенсильванского университета во главе с Ирвингом Кревисом<sup>15</sup>. В результате этого анализа авторы однозначно высказываются в пользу метода ГК<sup>16</sup>, и на основании этого метода произведены первые сопоставления ВВП, результаты которых опубликованы в этой монографии (наряду с результатами по другим методам). По мнению авторов, важным достоинством метода ГК является то, что он обеспечивает согласованные результаты на всех уровнях агрегирования ВВП, чего нельзя сказать о методе ЭКШ, который не удовлетворяет требованию аддитивности. По мнению некоторых экспертов, недостаток метода ГК состоит в том, что он не обеспечивает требование характерности весов, однако это требование сформулировано прежде всего в отношении прямых двусторонних сопоставлений, а в отношении многосторонних сопоставлений, как отмечено выше, оно трудно достижимо.

В литературе по данной теме известны различные предложения о модификации ме-

<sup>14</sup> Этот подход согласуется с подходом, используемым в национальных счетах, при котором средние национальные цены получаются усреднением средних региональных цен.

<sup>15</sup> Эта монография была настольной книгой многих поколений специалистов в этой области и не потеряла актуальности и по сей день. Этот анализ расширен в следующей публикации этих авторов на эту тему (см. [4]).

<sup>16</sup> Известный эксперт в этой области П. Хилл [8] также является сторонником метода ГК.

тода ГК; некоторые из них предусматривают отказ от взвешивания национальных цен для получения средних международных цен, что якобы должно устраниТЬ упомянутые выше искажения. С нашей точки зрения, такой подход выхолащивает суть метода ГК и лишает международные цены экономического содержания.

Конечно, не следует идеализировать метод ГК. Он также содержит некоторые ограничения. Например, аддитивность показателей объема имеет ограниченный характер, она обеспечивается только в том случае, если ГК применяется в отношении ВВП в целом. Кроме того, принцип фиксированности результатов региональных сопоставлений при переходе к глобальным результатам, введенный в ПМС по политическим соображениям, может искажать аддитивность результатов на основе ГК на заключительном этапе. Тем не менее преимущества ГК, с нашей точки зрения, существенно перевешивают его ограничения.

В теории многосторонних международных сопоставлений известен также метод Уолша, который предусматривает геометрическое агрегирование индексов цен для наименьших товарных групп (элементарных агрегаторов) с помощью средних для данной группы стран расходов в качестве весов. Метод Уолша обеспечивает требование транзитивности, он представляется приемлемой альтернативой формулам на основе усреднения индексов Фишера, так как его интерпретация является более ясной (используемые веса характеризуют реальные экономические соотношения). Однако поскольку метод Уолша использует формулу геометрического индекса, он не обеспечивает требование аддитивности.

Широкий обзор методов многосторонних сопоставлений ВВП содержится в статье С.М. Сергеева, опубликованной Всемирным банком [6]. В этой статье автор рассматривает относительные достоинства и ограничения не только методов, применяемых Всемирным банком на практике (ЭКШ, ГК), но также методов, предложенных различными исследователями, включая метод структурных цен, предложенный им самим. Заслуживает внимания предложение относительно модификации формул Ласпейреса и Пааше,

которая предполагает использование общих весов вместо национальных весов; такой метод прямых двусторонних сопоставлений трансформируется в метод многосторонних сопоставлений, получивший наименование метода стандартной структуры. Экспериментальные данные об использовании метода стандартной структуры, приведенные в статье С.М. Сергеева, показывают заметные отличия его значений от индексов ЭКШ для ряда стран.

Основной вывод С.М. Сергеева на основе этого анализа состоит в том, что необходима дальнейшая исследовательская работа по разработке такого метода, который бы сохранял преимущества уже известных формул и устранил их ограничения и недостатки. К сожалению, существенный прогресс по этому направлению пока не достигнут.

\* \* \*

Таков общий обзор дискуссионных вопросов теории агрегированных индексов в контексте международных сопоставлений ВВП, который, естественно, не претендует на исчерпывающий характер. Один из выводов этого обзора состоит в том, что методы многосторонних сопоставлений ВВП, основанные на индексе Фишера и различных способах усреднения индексов Фишера, имеют ограничения как с учетом проблем с интерпретацией индексов Фишера, так и с учетом их неаддитивности.

С другой стороны, сомнительно, что идеальный метод агрегирования индексов может быть разработан в обозримой перспективе; выбор одного из известных методов всегда будет зависеть от целей и выбранных аспектов анализа, преобладающих концепций и соображений практического характера, но при этом представляется важным обеспечить последовательность в решении взаимосвязанных вопросов, которая нарушается при одновременном использовании различных методов, опирающихся на различные постулаты и дающих различные результаты.

Как ни важны методы агрегирования индексов в международных сопоставлениях, на надежность их результатов в большей мере влияют другие факторы, не рассмотренные в данной статье. К ним относятся: сопостави-

мость и надежность исходных данных стран о ВВП в национальной валюте (применение положений СНС не гарантирует такую сопоставимость, так как на практике могут существовать значительные информационные проблемы, например в отношении охвата ненаблюдаемой экономики); надежность оценок структуры ВВП по наименьшим товарным группам (basic headings); подбор идентичных товаров-представителей с ценами, особенно в отношении строительных объектов и оборудования; сопоставление нерыночных услуг; методы агрегирования результатов региональных сопоставлений для получения глобальных результатов и некоторые другие. Например, следует отметить, что в сопоставлениях, проводимых в рамках ПМС по любому из методов, при сравнении цен соответствующих продуктов применяется принцип, получивший в специальной литературе название «картошка - это картошка» и означающий, что сопоставляемые цены на идентичные продукты являются средними ценами, реализуемыми в разных типах магазинов. Этот принцип принят по соображениям практического характера, так как отказ от него привел бы к усложнению и удорожанию программы, но тем не менее он, по-видимому, завышает показатели относительно бедных стран и занижает показатели относительно богатых стран, для которых характерна значительная дифференциация цен, реализуемых в разных типах магазинов. Более прак-

тический подход предполагает сопоставление цен, характерных для аналогичных типов магазинов. По каждому из вопросов, упомянутых выше, можно было бы написать отдельную статью, и поэтому их обсуждение в рамках данной статьи не представляется возможным.

### Литература

1. Ершов Э.Б. Ситуационная теория индексов цен и количеств. - М.: РИОР, 2011.
2. Сергеев С.М. Экономическая статистика: учебник для вузов. Глава по международным сопоставлениям ВВП. -М.: Инфра-М, 2016.
3. Diewert W.E. Axiomatic and economic approaches to international comparisons. A chapter in «International and Interarea Comparisons of Income, Output, and Prices», Alan Heston and Robert E. Lipsey, editors; University of Chicago Press, 1999.
4. Kravis I.B., Heston A.W., Summers R. World Product and Income, International Comparison of Real Gross Product, Baltimore: John Hopkins University Press, 1982.
5. Krevis I., Heston A., Summers R., Kenessi Z. A system of international comparisons of gross product and purchasing power. World Bank, 1975.
6. Sergeev S. Aggregation methods on the basis of structural international price. Joint World Bank - OECD Seminar on PPPs «Recent Advances in Methods and Applications» (Washington, D.C., 30.01-02.02.2001).
7. Stone R. Quantity and price indexes in national accounting, OEEC, 1956.
8. Hill P. Multilateral Measurements of Purchasing Power and Real GDP. SOEC, Luxembourg, 1982.

---

## SELECTED PROBLEMS OF INDEX THEORY IN INTERNATIONAL COMPARISONS OF GDP

*Youri Ivanov*

*Author affiliation:* Lomonosov Moscow State University, Statistical department (Moscow, Russia). E-mail: yni1937@mail.ru.

The article presents issues of the theory of price and quantum indices used in the international multilateral comparisons of GDP at purchasing power parities carried out by the World Bank in accordance with the decision by the UN Statistical Commission. It applies to the following indices: Fisher, EKS, Geary-Khamis and Walsh. Relative advantages and limitations of these indices have been discussed for decades on different forums and on pages of special literature including SNA 1993 and SNA 2008. However, this discussion can hardly be considered finished due to the complexities of these problems and the need to dig deep into the essence of somewhat opposite points of view of the experts (R.Stone, I.Krevis, P.Hill, E.Diewert).

The author reviews the major tests of axiomatic theory of indices such as: transitivity, additivity, factor reversal, base country invariance, etc., as well as the degree to which they are satisfied to the above mentioned indices. In this context it is noted that in

international comparisons of GDP the difference between Laspeyres and Paashe indices are much larger as compared with traditional indices and this complicates economic interpretation of Fisher index (averaging Laspeyres and Paashe indices), which above all does not satisfy the requirements of additivity. For illustration purposes are presented the figures from international comparison of national income of the USSR and other countries of the Council of Mutual Assistance and Cooperation for 1988. The author also draws a conclusion that the difference in economic potentials between these countries was very substantial and therefore the span between Laspeyres and Paashe indices was very significant as well.

The attractiveness of Geary-Khamis formula is argued. The basis of it is formed by the valuation of GDP of countries at average international prices; this formula is satisfied by the major tests of axiomatic theory of indices. One of the advantages of this formula, in the author's opinion, is that the use international prices in comparative analysis have clear economic interpretation.

*Keywords:* axiomatic theory, transitivity, additivity, test, comparison, limitation, Fisher index.

*JEL:* C43, E01, P52.

## References

1. **Yershov E.B.** Situationsnaya teoriya indeksov tsen i kolichestv [Situation theory of indices of prices and quantities]. Moscow, RIOR Publ., 2011. (In Russ.).
2. **Sergeyev S.M.** Glava po mezhdunarodnym sopostavleniyam VVP v uchebnike dlya vuzov. Ekonomicheskaya statistika [The chapter on international comparisons of GDP in the textbook for high schools. Economic statistics]. Infra-M Publ., 2016. (In Russ.).
3. **Diewert W.E.** Axiomatic and economic approaches to international comparisons. A chapter in «International and Interarea Comparisons of Income, Output, and Prices», Alan Heston and Robert E. Lipsey, editors; University of Chicago Press, 1999.
4. **Kravis I.B., Heston A.W., SummersR.** World Product and Income, International Comparison of Real Gross Product, Baltimore: John Hopkins University Press. 1982.
5. **Kravis I., Heston A., Summers R., Kenessi Z.** A system of international comparisons of gross product and purchasing power, World Bank, 1975.
6. **Sergeev S.** Aggregation methods on the basis of structural international price. Joint World Bank - OECD Seminar on PPPs «Recent Advances in Methods and Applications» (Washington, D.C., 30.01-02.02.2001).
7. **Stone R.** Quantity and price indexes in national accounting, OEEC, 1956.
8. **Hill P.** «Multilateral Measurements of Purchasing Power and Real GDP», SOEC, Luxembourg. 1982.