

### К вопросу об ограничениях аксиоматической и экономической теорий индексов цен

Юрий Николаевич Иванов<sup>а)</sup>,  
Татьяна Алексеевна Хоменко<sup>б)</sup>

<sup>а)</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, г. Москва, Россия;

<sup>б)</sup> Межгосударственный статистический комитет Содружества Независимых Государств, г. Москва, Россия

*В статье рассматриваются положения аксиоматической теории индексов Фишера, являющейся важным разделом современной теории статистики цен и международных сопоставлений ВВП по паритетам покупательной способности валют. Международные рекомендации по исчислению индекса потребительских цен и по методологии международных сопоставлений ВВП, предлагая различные формулы индексов, опираются на постулаты аксиоматической теории, хотя некоторые требования к формулам индексов не совместимы друг с другом. Формула индекса Фишера удовлетворяет требованию обратимости во времени и требованию обратимости факторов, но не удовлетворяет требованию аддитивности и транзитивности, и поэтому не может быть использована в многосторонних сопоставлениях ВВП. Но самое главное, целый ряд видных теоретиков в области теории индексов считают, что индекс Фишера не имеет ясного экономического обоснования. В статье отмечается, что аксиоматическая теория не рассматривает важные проблемы статистики и является результатом применения формально математического подхода. Тем не менее, необходимо учитывать постулаты этой теории для интерпретации рекомендуемых и публикуемых формул индексов.*

*Ключевые слова:* теория индексов, аксиоматическая теория индексов, индекс потребительских цен (ИПЦ), транзитивность, аддитивность, международные сопоставления ВВП, формула индекса.

*JEL:* C43, E30, E31, O47.

*doi:* <https://doi.org/10.34023/2313-6383-2022-29-6-5-10>.

*Для цитирования:* Иванов Ю.Н., Хоменко Т.А. К вопросу об ограничениях аксиоматической и экономической теорий индексов цен. Вопросы статистики. 2022;29(6):5–10.

### About Limitations of the Axiomatic and Economic Theories of Price Indices

Yuriy N. Ivanov<sup>а)</sup>,  
Tat'yana A. Khomenko<sup>б)</sup>

<sup>а)</sup> Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia;

<sup>б)</sup> Interstate Statistical Committee of the Commonwealth of Independent States (CIS-Stat), Moscow, Russia

*The article considers provisions of axiomatic theory of Fisher indices, which is an important part of modern theory of price statistics and GDP international comparisons based on purchasing power parities. International recommendations concerning the computation of CPI and international comparisons of GDP, proposing different index formulas, are based on provisions of axiomatic theory although some requirements for index formulas are not consistent with each other. The Fisher index formula meets time reversal and factor reversal requirements but fails to meet additivity and transitivity requirements and for these reasons cannot be used for multilateral comparisons of GDP. Most importantly, many experts in index theory believe that Fisher index does not have economic foundation. It is noted that axiomatic theory does not deal with many important problems of price statistics and represents the result of application of formal mathematical approach. Nevertheless, it is useful to take into account the provisions of this theory when interpreting recommended and published index formulas.*

*Keywords:* index theory, axiomatic index theory, consumer price index (CPI), transitivity, additivity, GDP international comparisons, index formula.

*JEL:* C43, E30, E31, O47.

*doi:* <https://doi.org/10.34023/2313-6383-2022-29-6-5-10>.

*For citation:* Ivanov Yu.N., Khomenko T.A. About Limitations of the Axiomatic and Economic Theories of Price Indices. *Voprosy Statistiki*. 2022;29(6):5–10. (In Russ.)

## Введение

В современной теории индексов цен важное место занимают аксиоматическая и экономическая теории индексов, которые рассматривают достоинства и недостатки формул индексов с различной точки зрения. Так аксиоматическая теория формулирует требования к формулам индексов, которые должны обеспечить их логическую согласованность. Основным постулат экономической теории состоит в том, что для определения истинного индекса цен необходимо сопоставить расходы домашних хозяйств в текущем и базисном периодах при условии, что они обеспечивают равную полезность. Обе теории имеют свои ограничения, но понимание положений этих теорий важно для интерпретации формул индексов, используемых на практике, в частности индекса Фишера. Положения этих теорий обсуждались в статьях и монографиях ведущими экспертами мира в области теории индексов, в частности Р. Стоуном, И. Кревисом, Э.Б. Ершовым. Современная методология исчисления индекса потребительских цен (ИПЦ), опирающаяся на международные рекомендации, сформулирована с учетом требований аксиоматической теории индексов. Они касаются выбора формул индексов, применяемых на различных уровнях агрегирования потребительской корзины и взаимосвязей между ними. Формулы индексов, применяемые в международных сопоставлениях ВВП по паритетам покупательной способности валют, разработаны с учетом положений аксиоматической теории. Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы критически рассмотреть положения этих теорий, привлечь внимание читателя к этой теме и инициировать ее обсуждение.

### Основные положения аксиоматической и экономической теорий

Аксиоматическая теория индексов, сформулированная И. Фишером и рядом его последователей, является важным элементом современной статистики цен [1]. Ее положения рассматриваются в Руководстве МОТ по исчислению индекса потребительских цен [2] и в статьях многих экспертов по вопросам теории индексов. При этом их комментарии по ряду положений этой теории и выводы на ее основе часто заметно различаются. В частности, это касается формулы индекса Фи-

шера, выведенной в соответствии с положениями этой теории.

В упомянутом Руководстве МОТ по исчислению ИПЦ особенности формул Ласпейреса, Пааше, Фишера, Торнквиста, Уолша, Лоу, Эджвота-Маршала и сфера их применения обсуждаются в контексте положений аксиоматической теории индексов. В теории и методологии международных сопоставлений ВВП по паритетам покупательной способности валют (ППС) также предусмотрено применение большого числа формул индексов цен. В дополнение к формулам индексов, используемым при исчислении ИПЦ, применяются их модификации или совсем другие формулы. Выбор формулы индексов для решения той или иной задачи исчисления ППС во многом определяется ее соответствием положениям аксиоматической теории индексов.

Аксиоматическая теория индексов Фишера представляет собой ряд логически выведенных требований к формулам индексов (именуемых тестами), применение которых должно обеспечить соответствие исчисляемых индексов элементарной логике [3]. Например, индекс цен за определенный период должен быть согласован с индексами цен для отдельных частей этого периода, или сопоставление цен текущего периода с ценами базисного периода не должно противоречить сопоставлению цен базисного периода с ценами текущего периода.

Другими словами, цель аксиоматической теории индексов состоит в том, чтобы сформулировать такие требования к формулам индексов, которые позволяют определить адекватность той или иной формулы решению конкретной задачи, сферу применения формулы, обеспечить логическое соответствие между сопряженными индексами; например, между индексом цен для некоторой совокупности товаров (розничный товарооборот) и ее частей (продовольственные и непродовольственные товары).

При этом аксиоматическая теория не рассматривает многие важные вопросы теории статистики цен. Например, она не рассматривает вопрос об отражении в индексах цен изменения качества товаров, вопрос об эффекте Гершенкрона, в соответствии с которым индексы по формуле Ласпейреса систематически выше индексов, исчисленных по формуле Пааше. С точки зрения аксиоматической теории оба эти индекса имеют ограничения, которые могут быть преодолены с помощью формулы индекса Фишера.

Таким образом, в основе аксиоматической теории лежит формально математический подход, применение которого иногда приводит к спорным выводам. Тем не менее, как отмечено выше, современная теория индексов цен оперирует положениями аксиоматической теории, и ее полезно иметь в виду для того, чтобы понять особенности той или иной публикуемой и рекомендуемой формулы и сферу ее применения. Это не исключает критического осмысления и понимания ограничений аксиоматической теории.

Наиболее важными требованиями к формулам индексов являются следующие [2, 3]:

- а) требование обратимости во времени; применительно к международным сопоставлениям ВВП – требование независимости от выбора базисной страны;
- б) требование обратимости факторов;
- в) требование транзитивности;
- г) требование аддитивности;
- д) требование независимости значения индекса от единиц измерения товаров-представителей;
- е) требование граничных значений истинного индекса.

Ниже подробно рассматривается каждое из этих требований.

Требование обратимости во времени означает, что измерение динамики цен и количеств не должно зависеть от того, происходит ли сравнение цен текущего периода с базисным или наоборот – цен базисного периода с текущим. Математически это требование можно записать следующим образом:

$$I_{1/0} \times I_{0/1} = 1,$$

где  $I_{1/0}$  – индекс цен текущего периода к базисному;  $I_{0/1}$  – индекс цен базисного периода к текущему периоду.

Требование обратимости факторов означает, что индекс стоимости какого-либо показателя (например, ВВП) должен быть равен произведению индексов цен и физического объема. Математически это требование можно записать следующим образом:

$$I_{qp} = I_q \times I_p,$$

где  $I_{qp}$  – индекс стоимости ВВП;  $I_q$  – индекс физического объема ВВП;  $I_p$  – индекс цен ВВП.

Требование транзитивности означает, что используемые формулы должны обеспечить согласованность индексов, исчисленных для различных периодов; например, для периодов 0, 1, 2 и 3. Математически это требование можно представить следующим образом:

$$I_{3/0} = I_{3/2} \times I_{2/1} \times I_{1/0},$$

где  $I_{3/0}$  – индекс цен периода 3 к периоду 0;  $I_{3/2}$  – индекс цен периода 3 к периоду 2;  $I_{2/1}$  – индекс цен периода 2 к периоду 1;  $I_{1/0}$  – индекс цен периода 1 к периоду 0.

Требование аддитивности означает, что индекс, исчисленный для какого-либо показателя в целом, должен быть согласован с индексами, исчисленными для его компонентов. Например, индекс цен розничного товарооборота должен быть согласован с индексами цен продовольственных и непродовольственных товаров.

Требование независимости значения индекса от единиц измерения товаров-представителей означает, что применяемая формула индекса должна обеспечивать результат, который не зависит от того, в каких единицах измерены товары-представители (в тоннах, метрах, штуках).

Требование граничных значений истинного индекса состоит в том, что граничными значениями истинного индекса должны быть индексы Ласпейреса и Пааше. Отметим, что индекс по формуле Торнквиста может давать значения, которые выходят за рамки индексов Ласпейреса и Пааше.

Следует отметить, что не существует ни одной формулы индекса, которая удовлетворяет всем требованиям аксиоматической теории индексов. Кроме того, некоторые требования не совместимы друг с другом. Например, формула индекса Ласпейреса удовлетворяет требованию аддитивности, но не удовлетворяет требованию обратимости во времени. И. Фишер отдавал предпочтение требованиям обратимости во времени и обратимости факторов. Формула индекса Фишера удовлетворяет этим двум требованиям, однако она не удовлетворяет требованию аддитивности и требованию транзитивности. Кроме того, по мнению ряда экспертов в области теории индексов (например, по мнению Р. Стоуна, лауреата Нобелевской премии по экономике), формула индекса Фишера лишена ясного экономическо-

го содержания и представляет собой лишь технический инструмент получения однозначного значения индекса. Ограничения индекса Фишера рассматриваются Э.Б. Ершовым в его монографии «Ситуационная теория индексов цен и количеств» [4]. Критиком индекса Фишера был известный советский статистик В.Н. Старовский, в течение нескольких десятилетий руководивший ЦСУ СССР [5]. Заметим, что сам И. Фишер считал, что его индекс с одинаковым успехом может быть использован для измерений любых процессов, а не только динамики цен, так как в его основе лежит абстрактная математика.

Следует отметить, что согласно преобладающей точке зрения упомянутый выше эффект Гершенкрона искажает значения индексов и его следует исключить из показателей измерений динамики показателей, но доказать эти предположения невозможно, с ними можно лишь соглашаться или не соглашаться. Формула индекса Фишера исключает этот эффект, и поэтому многие эксперты в области теории индексов отдают ей предпочтение.

Как показано выше, теория и методология международных сопоставлений ВВП по паритетам покупательной способности валют предусматривают широкое использование различных индексов, выбор которых определяется положениями аксиоматической теории [6]. В этой связи следует различать прямые парные сопоставления и многосторонние сопоставления. Прямые парные сопоставления проводятся для той или иной пары стран независимо от сопоставлений любых других пар стран. Многосторонние сопоставления проводятся одновременно для некоторой группы стран, выразивших интерес принять участие в такой программе. Общее между прямыми парными и многосторонними сопоставлениями состоит в том, что в их основе лежит сбор данных о ценах на товары-представители, подобранные для соответствующих компонентов ВВП. Число таких компонентов достигает 150. Доли этих компонентов в ВВП используются в качестве весов для исчисления различных индексов цен (паритетов покупательной способности валют). Для каждой пары стран последовательно исчисляются индексы цен по формулам Ласпейреса, Пааше и Фишера, каждый из которых имеет свои ограничения в соответствии с аксиоматической теорией. Тем не менее, индекс Фишера рассматривается как результат прямого парного сопо-

ставления; он удовлетворяет требованию независимости от выбора базисной страны, но не может устранить влияние различий в структуре экономики и в структуре цен сопоставляемых стран. Кроме того, индекс Фишера не удовлетворяет требованию транзитивности и поэтому не может быть использован для многосторонних сопоставлений, одно из важных требований к которым состоит в обеспечении согласованности результатов для всех пар. В связи с этим в многосторонних сопоставлениях применяется метод ЭКШ (ЭКШ – это заглавные буквы фамилий трех статистиков, предложивших этот метод – венгерских статистиков О. Элтета и П. Кевеша и польского статистика Б. Шульца). Формула расчета индекса ЭКШ (EKS) имеет следующий вид [6]:

$${}_t EKS_s = \left( \prod_{j=1}^n \frac{{}_t F_j}{{}_s F_j} \right)^{\frac{1}{n}},$$

где  ${}_t EKS_s$  обозначает ППС между валютой страны  $s$  и валютой страны  $t$ ;  ${}_t F_j, {}_s F_j$  – ППС по формуле Фишера между валютой стран  $t$  и  $s$  и валютой страны  $j$  (если  $j = s$  или  $j = t$ , тогда это прямой ППС между странами  $t$  и  $s$ ); соотношения между  ${}_t F_j$  и  ${}_s F_j$  дают косвенный ППС между странами  $t$  и  $s$ ;  $n$  обозначает число стран, участвующих в сопоставлении [6].

Смысл формулы ЭКШ состоит в получении индексов, удовлетворяющих требованию транзитивности и лишь в наименьшей степени отступающих от прямого индекса Фишера для данной пары, который в формуле ЭКШ имеет вес 2; кроме того, в расчет также принимаются индексы Фишера, полученные для данной пары стран косвенным путем через страну-посредника.

Индексы ЭКШ удовлетворяют требованию транзитивности и независимости от выбора базисной страны, однако они не удовлетворяют требованию аддитивности, и это является их существенным недостатком. Таким образом, в основе формулы ЭКШ лежит модифицированный индекс Фишера, который, по мнению многих экспертов, не имеет ясного экономического содержания. Такой точки зрения придерживался, в частности, профессор Пенсильванского университета США И. Кревис [6]. Он был сторонником применения для международных сопоставлений ВВП по паритетам покупательной способности валют метода Гири – Камиса, ко-

торый предполагает оценку ВВП стран – участниц сопоставлений в средних международных ценах. Формула Гири – Камиса удовлетворяет основным требованиям аксиоматической теории, но, по мнению ее оппонентов, она не устраняет эффект Гершенкрона.

Аксиоматическая теория критикуется сторонниками экономической теории индексов, разработанной советским экономистом А. Конюсом в 1920-х годах [7]. Ее суть состоит в следующем: для исчисления истинного индекса стоимости жизни (cost of living index) следует сопоставить расходы домашних хозяйств в базисном и текущем периодах при условии, что они обеспечивают покупателям равные полезности (utilities). Например, если в базисном периоде покупатели приобретали яблоки, а в текущем периоде – бананы, и если они при этом извлекали равную полезность, то для исчисления индекса цен по Конюсу следует сопоставить расходы на разные фрукты в обоих периодах. Экономическая теория цен созвучна кривой безразличия Парето, в соответствии с которой потребитель может соизмерять полезность разных продуктов; например, полезность 2 кг яблок и 1 кг бананов. В известном смысле, экономическая теория противостоит аксиоматической теории.

Но статистики имеют дело не с полезностями, а с конкретными товарами, и не знают о полезностях, поэтому теорию Конюса невозможно применить на практике. Тем не менее, она широко обсуждается в специальной литературе. Она может быть полезна для поиска более совершенных формул индексов, поскольку содержит рациональное зерно и направлена на поиск подлинной сопоставимости товаров и учета их качества.

### Заключение

Подводя итоги сказанному выше, необходимо отметить следующее: аксиоматическая теория индексов не рассматривает многие важные во-

просы теории статистики цен и является результатом применения формального математического подхода, что отмечают сторонники экономической теории индексов и многие видные эксперты в области теории индексов. Следует иметь в виду, что некоторые требования к формулам индексов, сформулированные в аксиоматической теории, не совместимы друг с другом. Однако рекомендации международных организаций по статистике цен опираются на положения аксиоматической теории и рассматривают индекс Фишера как наиболее адекватный измеритель динамики цен, несмотря на его критику со стороны ряда видных ученых. Тем не менее, интерпретация публикуемых индексов и формул индексов, рекомендуемых международными организациями [8], предполагает необходимость знания об основных положениях аксиоматической теории индексов и ее ограничениях.

### Литература

1. Fisher I. The making of Index numbers. A Study of Their Varieties, Tests and Reality. Boston, New York, Houghton Mifflin Company. 1922.
2. МОТ, МВФ, ОЭСР, Евростат, ЕЭК ООН, Всемирный банк «Руководство по индексу потребительских цен: теория и практика». Женева: Международное бюро труда, 2004.
3. Иванов Н.Ю. Обзор аксиоматической теории индексов // Вопросы статистики. 1995. № 10.
4. Ершов Э.Б. Ситуационная теория индексов цен и количеств. М.: РИОР. 2011.
5. Старовский В.Н. Избранные статистические труды. К столетию со дня рождения. Юбилейное издание. М., 2007.
6. Kravis I.B. et al. A System of International Comparisons of Gross Product and Purchasing Power. Baltimore: John Hopkins University Press, 1975.
7. Конюс А.А. Проблема истинного индекса стоимости жизни // Экономический бюллетень Конъюнктурного института. 1924. № 9–10.
8. Иванов Ю.Н. Новые международные стандарты по статистике цен и практика стран СНГ // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2007. № 3.

### Информация об авторах

Иванов Юрий Николаевич – д-р экон. наук, профессор, научный руководитель кафедры статистики, Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова. 119991, г. Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 46. E-mail: yni1937@mail.ru.

Хоменко Татьяна Алексеевна – консультант, Межгосударственный статистический комитет СНГ. 107450, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 39, стр. 1. E-mail: ta.khomenko@mail.ru.

### References

1. **Fisher I.** *The Making of Index Numbers. A Study of Their Varieties, Tests and Reality.* Boston, New York: Houghton Mifflin Company; 1922.
2. ILO, IMF, OECD, UNECE, Eurostat, The World Bank. *Consumer Price Index Manual: Theory and Practice.* Geneva: International Labour Office; 2004. (In Russ.)
3. **Ivanov N.Yu.** Review of the Axiomatic Index Theory. *Voprosy Statistiki.* 1995;(10). (In Russ.)
4. **Ershov E.B.** *Situational Theory of Price and Quantity Indices.* Moscow: RIOR; 2011. (In Russ.)
5. **Starovskii V.N.** *Selected Statistical Works. To the Centenary of the Birth. Anniversary Edition.* Moscow; 2007. (In Russ.)
6. **Kravis I.B.** et al. *A System of International Comparisons of Gross Product and Purchasing Power.* Baltimore: John Hopkins University Press; 1975.
7. **Koniš A.A.** The Problem of the True Index of the Cost of Living. *The Economic Bulletin of the Institute of Economic Conjecture.* 1924;(9–10). (In Russ.)
8. **Ivanov Yu.N.** New International Standards for Price Statistics and Practices in CIS Countries. *HSE Economic Journal.* 2007;(3). (In Russ.)

### About the authors

*Yuriy N. Ivanov* – Dr. Sci. (Econ.), Professor; Scientific Director, Department of Statistics, Lomonosov Moscow State University. GSP-1, 1-46, Leninskiye Gory, Moscow, 119991, Russia. E-mail: yni1937@mail.ru.

*Tat'yana A. Khomenko* – Consultant, Interstate Statistical Committee of the Commonwealth of Independent States (CIS-Stat). 39, Myasnitskaya Str., Bldg. 1, Moscow, 107450, Russia. E-mail: ta.khomenko@mail.ru.